Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 39. ročníku FO

1. Homogenní válec o poloměru r se nachází na drsné nakloněné rovině se sklonem α. Je otáčivě vsazen do lehkého rámu, jehož prostřednictvím na něj působí tažná síla lanka vedeného přes kladku a spojeného se závažím (obr. 1). Válec a závaží mají stejnou hmotnost m, hmotnost lanka, kladky a rámu zanedbáváme. Zanedbáváme také tahové deformace lanka. Součinitel smykového tření mezi povrchem válcem a nakloněnou rovinou je f. Valivý odpor je zanedbatelný.

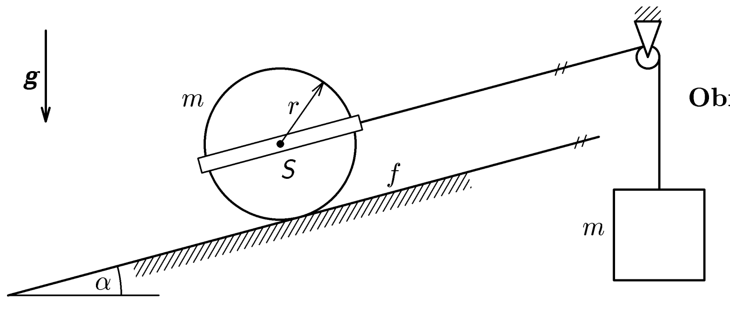
a) Napište pohybové rovnice válce a zavěšeného tělesa.

b) Pro případ, že se válec odvaluje bez klouzání, vypočtěte zrychlení $\boldsymbol{a}_S$ hmotného středu válce, úhlové zrychlení $\boldsymbol{\varepsilon}$ válce, zrychlení $\boldsymbol{a}$ zavěšeného tělesa, normálovou složku $\boldsymbol{N}$ a tečnou složku $\boldsymbol{T}$ reakce nakloněné roviny na válec a velikost síly $\boldsymbol{F}$ napínající lanko.

c) Jaká podmínka musí být splněna pro součinitel f smykového tření, aby odvalování válce probíhalo bez klouzání?

d) Vypočtěte veličiny řešené v úkolu b) pro případ, že podmínka pro součinitel f řešená v úkolu c) nebude splněna, tj. pro pro případ, že válec se bude odvalovat a současně smýkat. Příslušné veličiny označte $\boldsymbol{a}'_S$, $\boldsymbol{\varepsilon}'$, $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{N}'$, $\boldsymbol{T}'$, $\boldsymbol{F}'$.

Řešte nejprve obecně, pak pro $r = 0{,}10$ m, $m = 1{,}0$ kg; $\alpha = 30°$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. V části d) řešte pro $f = 0{,}080$.



Obr. 1

2. V okně laboratoře fyziky byl vyfotografován převrácený obraz sousední školy vytvořený skleněnou baňkou kulového tvaru o poloměru $R = 67$ mm naplněnou vodou. Fotografii jste obdrželi jako přílohu.

a) V jaké vzdálenosti d_1 od středu baňky se nachází střed tohoto obrazu? Proč stačí uvažovat jen o paprscích, které procházejí baňkou blízko jejího středu?

b) Protože fotoaparát je zaostřen na obraz budovy vytvořený baňkou, je samotná školní budova zachycena jen neostře. Přesto můžete z fotografie dosti dobře porovnat zorný úhel, pod kterým vidíme okno budovy z místa, kde se nachází střed objektivu, se zorným úhlem, pod kterým vidíme z téhož místa obraz okna vytvořený baňkou. Na fotografii se výška okna jeví jako $H = 55$ mm a výška obrazu okna vytvořeného baňkou jako $h = 7{,}7$ mm. Jak velká je vzdálenost d_2 středu objektivu od středu obrazu vytvořeného baňkou?

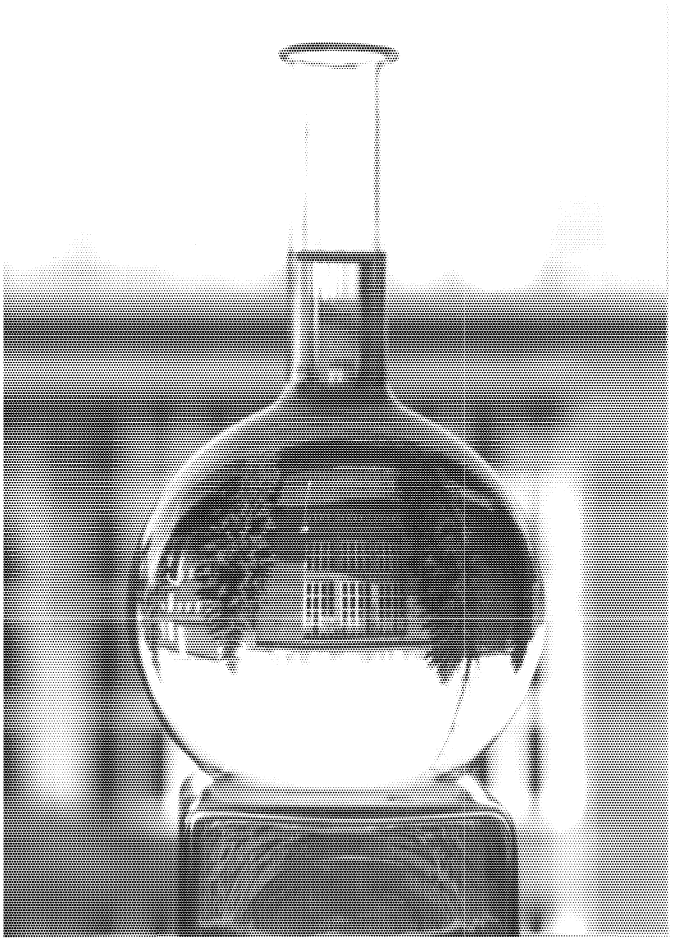
c) Byl použit fotografický přístroj na kinofilm. Na negativu měl obrys snímku baňky poloměr $\varrho = 7{,}0$ mm. Jaká byla ohnisková vzdálenost objektivu?

Vzhledem k malé přesnosti zadání budeme absolutní index lomu vzduchu považovat za rovný jedné. Index lomu vody $n = 1{,}33$, index lomu křemenného skla $n_s = 1{,}46$. Tloušťka stěny baňky je velmi malá v porovnání s jejím poloměrem. Disperzi zanedbáváme.

3. Tenký kovový kroužek o poloměru R byl ve vakuu nabit kladným rovnoměrně rozloženým nábojem Q. Rotační osa kroužku nechť je osou x vztažné soustavy s počátkem umístěným ve středu kroužku.

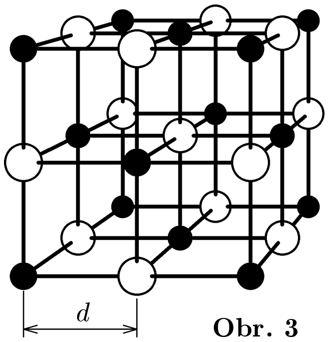
a) Vypočtěte intenzitu elektrického pole kroužku v libovolném bodě osy x. Vypočtěte, ve kterých bodech osy x bude intenzita největší, a určete velikost této intenzity. Načrtněte funkční závislost $E = E(x)$.

b) Jak velkou počáteční rychlost $\boldsymbol{v}_0$ musíme udělit kladně nabité částici o náboji q a hmotnosti m, která se nachází na ose x ve značné vzdálenosti od středu kroužku ($|x| \gg R$), aby dosáhla středu kroužku? Co nastane, bude-li počáteční rychlost nepatrně větší nebo menší než vypočtená hodnota?



4. Ke studiu difrakce rentgenového záření použijeme krystal chloridu sodného. Elementární buňka krystalu NaCl má tvar krychle o hraně $2d$, kde d je vzdálenost sousedních iontů Na^+ a Cl^- (obr. 3).

a) Vypočítejte vzdálenost d, je-li známa hustota $\varrho = 2{,}16 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ krystalu soli a relativní atomové hmotnosti $A_\mathrm{r}(\mathrm{Na}) = 22{,}990$ a $A_\mathrm{r}(\mathrm{Cl}) = 35{,}453$.

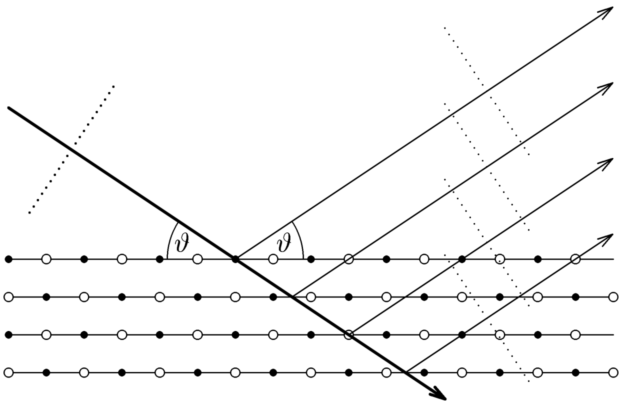


Obr. 3

Ve spektru záření rentgenové trubice se vyskytují výrazné spektrální čáry, které jsou charakteristické pro materiál anody a přísluší „monochromatickým“ složkám záření. Rovnoběžný svazek takového monochromatického záření nechme dopadat na krystal pod úhlem ϑ měřeným od stěny krystalu (obr. 4). Záření prochází krystalem bez lomu (relativní index lomu je roven 1) a částečně se odráží od jednotlivých vrstev iontů. Odražená vlnění spolu interferují. Zvětšujeme-li úhel ϑ, naměříme při některých jeho hodnotách ostrá interferenční maxima.

b) Jaká je vlnová délka λ rentgenového záření, naměříme-li první maximum pro úhel $\vartheta_1 = 15°50'$? Pro které další úhly v intervalu $\langle 0°, 90° \rangle$ nastane interferenční maximum?

Obr. 4



c) Jaké minimální napětí U_min musí mít rentgenka, aby vyzařovala rentgenové záření vlnové délky vypočtené v úkolu b)?

Potřebné konstanty: $c = 2{,}998 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$,
$N_\mathrm{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$, $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$.