Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Při závodech v běhu na 200 m dosáhl běžec celkového času 21,1 s. Prvních 30 m se rozbíhal rovnoměrně zrychleným pohybem. Pak až do cíle běžel rovnoměrně.

a) Určete zrychlení běžce v prvním úseku a dobu, za kterou tento úsek proběhl.

b) Určete rychlost běžce v druhém úseku.

c) V kterém okamžiku byla okamžitá rychlost běžce stejně velká jako průměrná rychlost celého pohybu?

d) Znázorněte graficky, jak se měnila velikost rychlosti běžce a proběhnutá dráha v závislosti na čase.

Řešte nejprve obecně, potom pro uvedené hodnoty.

2. Plavec chtěl ověřit svoji výkonnost při plavání na vzdálenost 200 m. Protože neměl k dispozici bazén, chtěl měření provést v řece. Uvažoval takto:

„Pásmem naměřím na břehu vzdálenost 100 m. Poplavu-li tuto dráhu po proudu a zpět proti proudu, budu mít ve směru tam rychlost $v+u$ (v je vlastní rychlost vzhledem k vodě, u je rychlost toku řeky vzhledem k břehu) a ve směru zpět rychlost $v-u$. Dosáhnu tak průměrné rychlosti

$$v_{\mathrm{p}} = \frac{(v+u)+(v\ -u)}{2} = v\,,$$

tedy stejné jako v bazénu, a naměřený čas bude též stejný.“

Při pokusu však naměřil čas podstatně horší než běžně v bazénu.

a) Určete vzájemný vztah mezi časy t_0 v bazénu a t v řece v závislosti na rychlostech u a v.

b) Za jaké podmínky je doba plavání v řece dvojnásobná než doba plavání v bazénu?

c) Jaký čas t' naměří plavec v řece, je-li rychlost toku poloviční než rychlost plavce vzhledem k vodě? Jakou dráhu s' přitom urazí vzhledem k vodě?

d) Pro $v = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ vyjádřete graficky závislost času t na rychlosti proudu řeky u.

3. V roce 1969 byla k Měsíci vyslána kosmická loď Apollo 11 s první lidskou posádkou. Celý komplex měl na startovací rampě hmotnost $m_0 = 2940$ t. Maximální tah motorů 1. stupně nosné rakety Saturn 5 byl $F = 3{,}5\cdot 10^7$ N při stálé výtokové rychlosti plynů $u = 3010\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ vzhledem k raketě. Předpokládejme, že raketa se po startu pohybuje svisle vzhůru a že motory pracují stále s maximálním tahem. Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ považujte za nezávislé na výšce.

a) Určete hmotnostní průtok $Q_m = |\Delta m|/\Delta t$ plynů vycházejících z trysek rakety.
b) Určete zrychlení a_0 rakety v okamžiku startu.
c) Určete, jak se měnilo zrychlení rakety v závislosti na čase, a sestrojte graf této závislosti v časovém intervalu $\langle 0\ \text{s}; 60\ \text{s} \rangle$.
d) Numericky vypočítejte a graficky znázorněte, jak se zvětšovala rychlost a dráha rakety v časovém intervalu $\langle 0\ \text{s}; 60\ \text{s} \rangle$.

Návod: Celý časový interval rozdělte na krátké intervaly stejné délky Δt. Uvnitř takového krátkého intervalu $\langle t; t + \Delta t \rangle$ má zrychlení prakticky konstantní velikost a_t. Známe-li rychlost v_t a dráhu s_t na začátku intervalu, vypočítáme jejich velikosti na konci intervalu pomocí přibližných vztahů

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \Delta t\,, \qquad s_{t+\Delta t} = s_t + v_t \Delta t + \frac{1}{2} a_t (\Delta t)^2\,.$$

Zvolte časový krok $\Delta t = 10$ s. Výpočty proveďte na kalkulačce a zapište do tabulky, grafy sestrojte na milimetrový papír.

$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{a}{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$	$\frac{v}{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$	$\frac{s}{\text{m}}$
0			
10			
$\vdots$			

Použijete-li místo toho počítač s tiskárnou, zvolte časový krok menší, např. 0,1 s.

4. Betonová roura, jejíž výška je třikrát větší než průměr, stojí na vodorovné podlaze vagónu a je zajištěna proti posunutí, nikoliv proti převrácení.

a) S jakým stálým zrychlením může vlak brzdit při jízdě po přímé trati, aby se roura nepřevrátila?
b) Jakou maximální stálou rychlostí může vlak projíždět zatáčkou tvaru kruhového oblouku o poloměru 280 m, aby se roura nepřevrátila?
c) Trať přechází z přímého úseku do uvedeného kruhového oblouku. Vlak v oblouku brzdí se stálým zrychlením o velikosti 1,2 $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. V okamžiku, kdy vagón s rourou vjíždí do oblouku, je jeho rychlost 90 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Určete, zda se roura převrátí.

Předpokládejme, že koleje leží na vodorovné rovině a nejsou v zatáčce klopené. Uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

5. Betonový blok tvaru krychle o délce hrany $a = 0{,}40$ m má hmotnost $m = 140$ kg. Blok je třeba po vodorovné podložce přemístit do vzdálenosti $d = 12$ m.

a) Jakou práci W je nutno vykonat, abychom blok přemístili překlápěním kolem jeho hrany?

b) Do jaké výšky h bychom museli krychli vyzdvihnout, abychom vykonali stejnou práci jako v úloze a)?

c) Jakou hodnotu by musel mít součinitel f smykového tření mezi blokem a podložkou, aby při posunutí bloku do vzdálenosti d byla vykonána menší práce než při překlápění?

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

6. *Praktická úloha:* **Určení hustoty kapaliny**

Porovnejte hustotu denaturovaného lihu s hustotou destilované vody při teplotě laboratoře třemi různými metodami:

a) Menší láhev s uzávěrem zvažte nejprve prázdnou, pak naplněnou lihem a nakonec naplněnou destilovanou vodou. Naměříme-li hmotnosti m_0, m_1 a m_2, jsou hustoty lihu a vody v poměru

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0}\,.$$

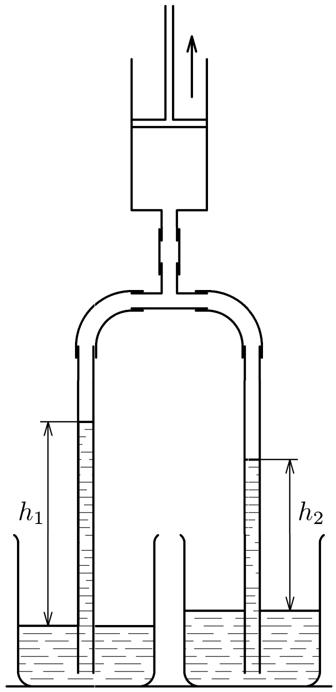
b) Větší skleněnou zátku zvážíme nejprve na vzduchu, pak zavěšenou v kádince s lihem a nakonec v kádince s destilovanou vodou. Jsou-li hmotnosti závaží m_0, m_1 a m_2, jsou hustoty lihu a vody v poměru

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{m_0 - m_1}{m_0 - m_2}\,.$$

c) Dvě delší skleněné trubičky postavíme svisle do kádinky s lihem a do kádinky s vodou. Nahoře je spojíme pomocí akvaristických hadiček a spojky tvaru T s větší plastovou injekční stříkačkou, pomocí níž z trubiček částečně odsajeme vzduch (obr.1). Obě kapaliny vystoupí do trubiček a vytvoří v nich sloupce o výškách h_1 a h_2. Platí

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{h_2}{h_1}\,.$$

Obr. 1



Úkoly:

- Odvoďte uvedené vztahy.
- Proveďte měření popsanými metodami. Vyhledejte v MFCh tabulkách hustotu destilované vody při teplotě laboratoře a vypočítejte hustotu denaturovaného lihu při téže teplotě.
- Získané výsledky porovnejte.
- Podle možností proveďte kontrolní měření hustoměrem nebo Mohrovými vážkami.

7. Bóje má tvar válce o poloměru $r = 20$ cm a výšce $h = 50$ cm a je vyrobena z ocelového plechu tloušťky $d = 1{,}5$ mm a hustoty $\varrho_1 = 7\,800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

a) Udrží se bóje nad hladinou vody, aby mohla sloužit k vymezení trasy lodí?

b) Jakou tloušťku d_1 by musel mít ocelový plech, aby bóje vyčnívala přesně polovinou svého objemu nad hladinu?

c) Jak by se změnil výsledek úloh a, b, kdyby byla bóje vyrobena z hliníkového plechu o hustotě $\varrho_2 = 2\,700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$?

Hustota vody je $\varrho_0 = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Objem plechu určete jako součin povrchu bóje a tloušťky plechu.