Řešení úloh regionálního kola 38. ročníku FO, kat. C

Autoři úloh: J. Jírů (1, 2), R. Horáková (3), B. Vybíral (4)

1. úloha

a) $Q_V = Sv\,, \qquad v = \dfrac{Q_V}{S} = 7{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}\,.$ **1 bod**

b) V okolí sacího otvoru je tlak $p_\mathrm{a} + \varrho g h_0$.

$$p_\mathrm{a} + \varrho g h_0 = p_1 + \frac{1}{2}\varrho v^2\,, \qquad p_1 = p_\mathrm{a} + \varrho g h_0 - \frac{1}{2}\varrho v^2 = 8{,}0 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa}\,.$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\varrho v^2 + \varrho g h_1 = p_1 + \frac{1}{2}\varrho v^2 - \varrho g h_0\,, \qquad p_2 = p_\mathrm{a} - \frac{1}{2}\varrho v^2 - \varrho g h_1 = 5{,}9 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa}\,.$$

$$p_4 = p_\mathrm{a}\,.$$

$$p_3 + \frac{1}{2}\varrho v^2 + \varrho g h_1 = p_4 + \frac{1}{2}\varrho v^2 + \varrho g h_2\,, \qquad p_3 = p_\mathrm{a} + \varrho g (h_2 - h_1) = 1{,}46 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\,.$$

3 body

c) Čerpadlo při zanedbání třecích sil zvyšuje potenciální energii vody a uvádí ji do pohybu . Jeho výkon je:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{mgh_2}{t} + \frac{mv^2}{2t} = \frac{V\varrho g h_2}{t} + \frac{V\varrho v^2}{2t} =$$

$$= Q_V \varrho g h_2 + \frac{Q_V \varrho v^2}{2} = Q_V \varrho g h_2 + \frac{Q_V^3 \varrho}{2S^2} = 310\ \mathrm{W}\,.$$

2 body

d) Čerpadlo působí na vodu silou $F = p_\mathrm{r} S$, kterou koná mechanickou práci. Výkon čerpadla při rychlosti toku v je

$$P' = Fv = p_\mathrm{r} S v = p_\mathrm{r} Q_V = 430\ \mathrm{W}\,.$$

Účinnost čerpadla je

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{Q_V \varrho g h_2 + \dfrac{Q_V^3 \varrho}{2S^2}}{p_\mathrm{r} Q_V} = \frac{\varrho g h_2 + \dfrac{Q_V^2 \varrho}{2S^2}}{p_\mathrm{r}} = 0{,}72\,.$$

2 body

e) Tlak ve vstupním otvoru čerpadla musí mít kladnou hodnotu, jinak by došlo k roztržení vodního sloupce.

$$p_2 = p_\mathrm{a} - \frac{1}{2}\varrho v^2 - \varrho g h_{1_{max}} > 0\,, \qquad h_{1_{max}} < \frac{p_\mathrm{a}}{\varrho g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{p_\mathrm{a}}{\varrho g} - \frac{Q_V^2}{2gS^2} = 7{,}6\ \mathrm{m}\,.$$

2 body

2. úloha

a) $T = 1{,}20\ \mathrm{s}\,,\ f = \dfrac{1}{T} = 0{,}833\ \mathrm{Hz}\,,\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 5{,}24\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ **2 body**

b) $y_\mathrm{m} = 6{,}0\ \mathrm{cm}\,,\ \varphi_0 = \dfrac{\pi}{6}\ \mathrm{rad}$ **1 bod**

c) $v_\mathrm{m} = \omega y_\mathrm{m} = 0{,}314\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ **1 bod**

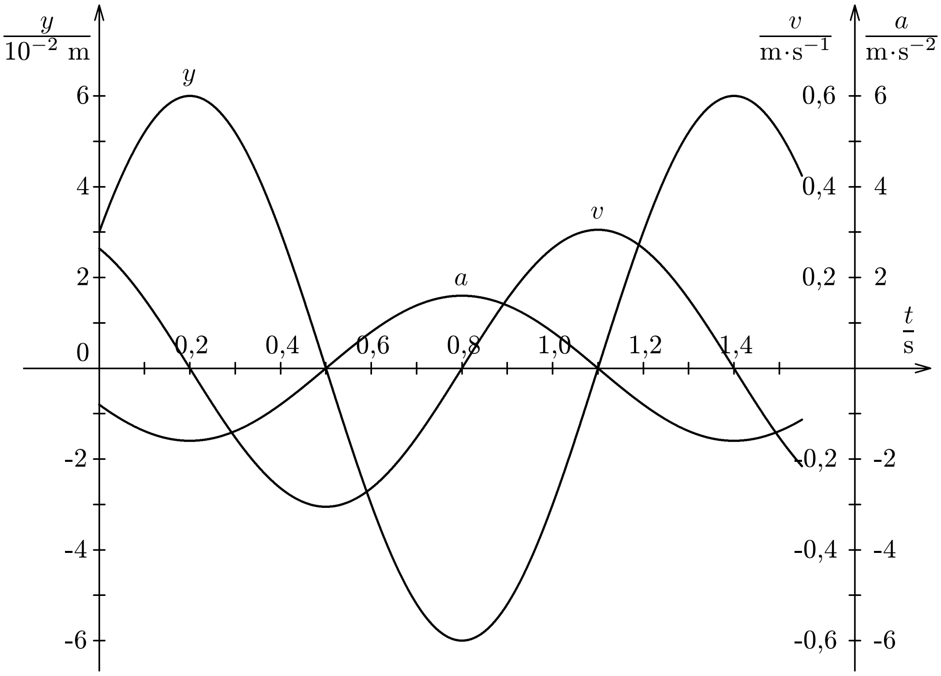
d) $a_\mathrm{m} = \omega^2 y_\mathrm{m} = 1{,}64\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ **1 bod**

e) $\{y\} = 0{,}060 \sin\left(5{,}24\{t\} + \dfrac{\pi}{6}\right)$ **1 bod**

f) $\{v\} = 0{,}314 \sin\left(5{,}24\{t\} + \dfrac{\pi}{6}\right)$ **1 bod**

g) $\{a\} = 1{,}64 \sin\left(5{,}24\{t\} + \dfrac{\pi}{6}\right)$ **1 bod**

h) Doplněný obrázek: **2 body**



3. úloha

a) Pomocí stavové rovnice určíme objem plynu V_1 na počátku dějů:

$p_1V_1 = \dfrac{mR_\mathrm{m}T_1}{M_\mathrm{m}}$, $\quad V_1 = \dfrac{mR_\mathrm{m}T_1}{p_1M_\mathrm{m}} = 0{,}143\ \mathrm{m}^3$. **1 bod**

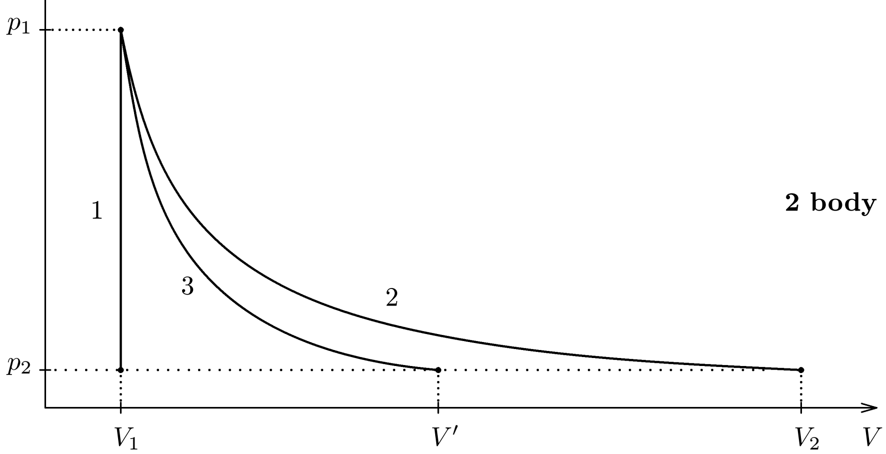
1. Izochorický děj: $V_2 = V_1$, $T_2 = \dfrac{T_1p_2}{p_1} = 50\ \mathrm{K}$. **1 bod**

2. Izotermický děj: $T_2 = T_1$, $V_2 = \dfrac{V_1p_1}{p_2} = 1{,}43\ \mathrm{m}^3$. **1 bod**

3. Adiabatický děj: $V_2' = V_1 \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} = 0{,}741\ \mathrm{m}^3$, **1 bod**

$T_2 = T_1 \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = 259\ K$. **1 bod**

b)



2 body

c) 1. Izochorický děj: $W = 0$, $\Delta U = c_V m\Delta T = \dfrac{c_p m\Delta T}{\varkappa} = -322\ \mathrm{kJ}$. **1 bod**

2. Adiabatický děj: $W' = -\Delta U = \dfrac{c_p m(T_1 - T_2)}{\varkappa} = 172\ \mathrm{kJ}$, $\Delta U = -172\ \mathrm{kJ}$.

1 bod

d) Izotermický děj: $\Delta U = 0$. **0,5 bodu**

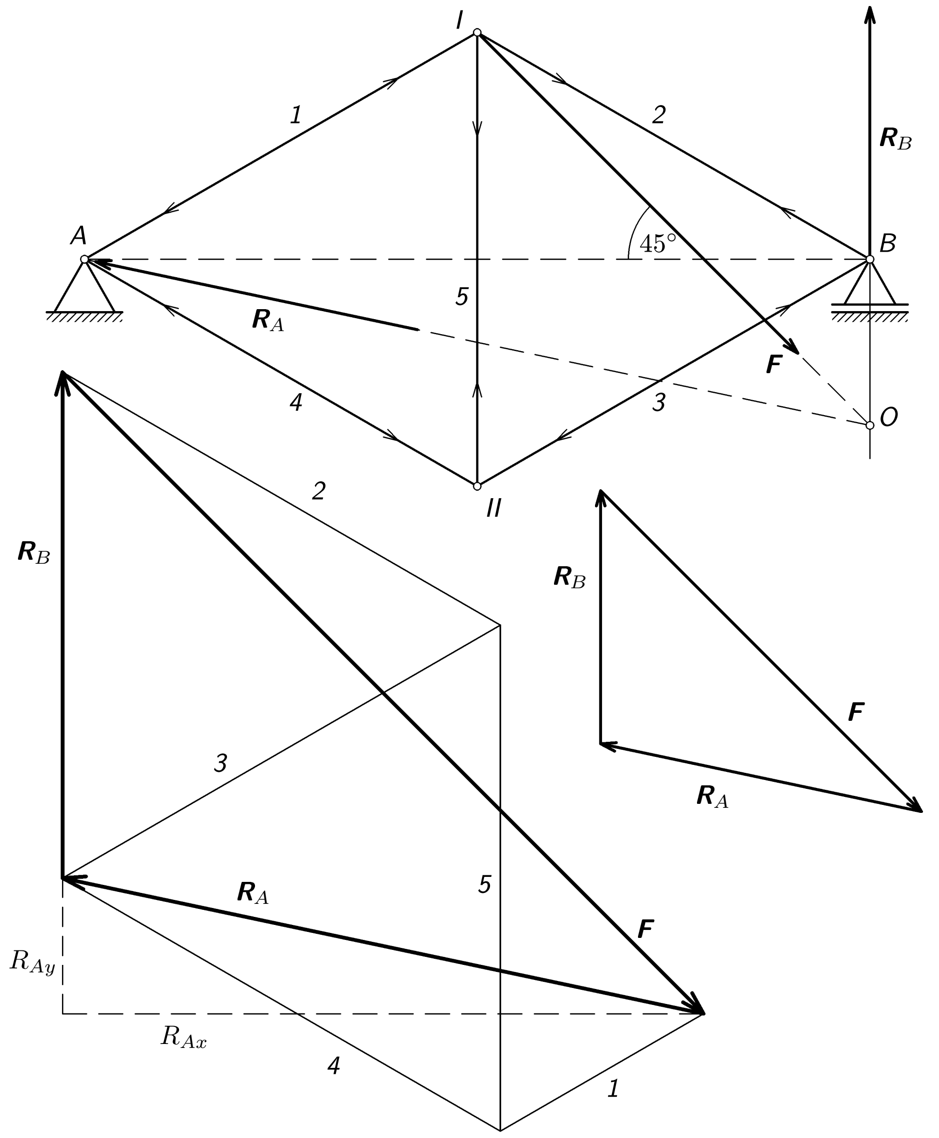
e) Z obr. R1 je patrné, že největší práci vykoná plyn při izotermickém ději.

0,5 bodu

4. úloha. Tabulka výsledků získaných grafickým řešením:

Síla	R_A	R_{Ax}	R_{Ay}	R_B	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
F/N	4350	4250	900	3330	1570	3330	3330	3330	3330
					tah	tlak	tah	tah	tlak

Měřítka: dispozice 1 mm $\widehat{=}$ 10 mm, síly 1 mm $\widehat{=}$ 100 N,
silový obrazec 1 mm $\widehat{=}$ 50 N.



Bodové hodnoty jednotlivých úkolů: a) 4 body, b) 4 body, c) 2 body.
Jednotlivé styčníky mohou být řešeny samostatně.