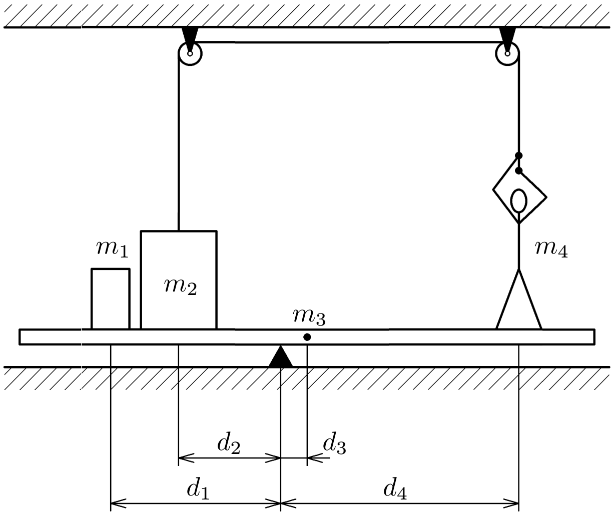
Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Homogenní kláda o hmotnosti m_3 je podepřena ve vzdálenosti d_3 vlevo od svého středu (obr. 1). Na kládě jsou vlevo od podpěry položena dvě válcová tělesa o hmotnostech m_1 a m_2. Jejich svislé osy jsou ve vzdálenostech d_1 a d_2 od podpěry. Ve vzdálenosti d_4 vpravo od podpěry stojí chlapec o hmotnosti m_4, který tahá za lano vedené přes dvě kladky. Druhý konec lana je připevněn ke středu horní podstavy tělesa s hmotností m_2 . Hmotnost lana považujeme vzhledem k hmotnostem ostatních těles za zanedbatelnou. Lano nad chlapcem i tělesem s hmotností m_2 je svislé.

a) Určete, jakou silou působí chlapec na lano, je-li soustava v rovnováze a kláda je vodorovná.

b) Najděte interval hodnot m_4 (pro zadané hodnoty ostatních veličin), aby chlapec mohl udržet soustavu v rovnováze. Jakými silami je lano napínáno pro hodnoty m_4 z tohoto intervalu?

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 20$ kg, $m_2 = 40$ kg, $m_3 = 20$ kg, $m_4 = 50$ kg, $d_1 = 5d_3$, $d_2 = 3d_3$, $d_4 = 7d_3$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.



Obr. 1

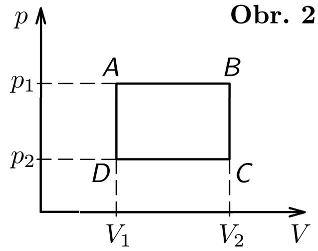
2. V jedné nádobě je voda o hmotnosti m_1 a teplotě t_1, ve druhé nádobě voda o hmotnosti m_2 a teplotě t_2, $t_1 > t_2$. Obě nádoby jsou tepelně izolovány a jejich tepelná kapacita je zanedbatelná. Část vody se přeleje z první nádoby do druhé. Po ustálení teploty ve druhé nádobě se přeleje voda téže hmotnosti zpět ze druhé nádoby do první. Po ustálení teploty vody v první nádobě byla teplota v první nádobě t_3.

a) Určete teplotu vody ve druhé nádobě na konci děje.
b) Určete hmotnost vody, která byla přelita nejprve z první nádoby do druhé a pak zpět do první.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 5{,}0$ kg, $m_2 = 1{,}0$ kg, $t_1 = 60$ °C, $t_2 = 20$ °C, $t_3 = 59$ °C.

3. V ideálním plynu s dvouatomovými molekulami o látkovém množství n molů probíhá kruhový děj složený ze dvou izobarických a dvou izochorických dějů, jehož diagram p, V je naznačen na obr. 2. Počáteční tlak plynu je p_1, počáteční objem V_1. Nejnižší teplota při ději je $T_{\min}$, nejvyšší $T_{\max}$.

Obr. 2



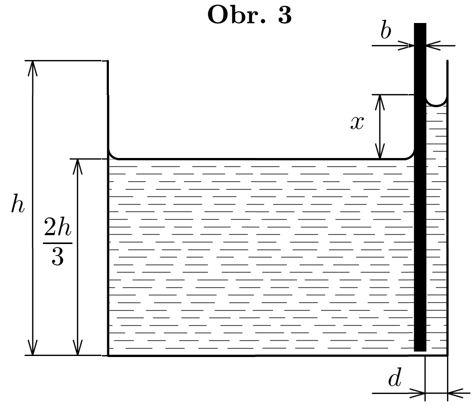
a) Určete, který bod diagramu na obr. 2 odpovídá stavu s nejvyšší teplotou a který stavu s nejnižší teplotou. Pomocí veličin p_1, V_1, $T_{\min}$, $T_{\max}$, n a R_{m} vyjádřete objem, tlak a teplotu plynu pro stavy určené body *A*, *B*, *C*, *D* v obrázku a vypočtěte jejich číselné hodnoty. Diagram p, V narýsujte přesně s dodržením proporcí a s vyznačením měřítek na osách.
b) Znázorněte cyklus *ABCDA* diagramem T, p a diagramem T, V. (V obou případech na svislou osu vynášíme T.) Také v těchto případech dodržte proporce děje a na osách vyznačte měřítko.
c) Vypočtěte celkovou práci plynu při kruhovém ději.
d) Stanovte termodynamickou účinnost stroje, v němž děj probíhá.
e) Ukažte, že termodynamická účinnost stroje vypočtena v části d) je nižší než termodynamická účinnost Carnotova cyklu s teplotou ohřívače $T_{\max}$ a teplotou chladiče $T_{\min}$.

Řešte obecně a pro hodnoty: $T_{\min} = 300$ K, $T_{\max} = 600$ K, $n = 1{,}00$ mol, $p_1 = 1{,}50 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 2{,}00 \cdot 10^{-2}$ m^3. Pro molární tepelné kapacity plynu s dvouatomovými molekulami platí: $C_p = 7R_{\mathrm{m}}/2$, $C_V = 5R_{\mathrm{m}}/2$.

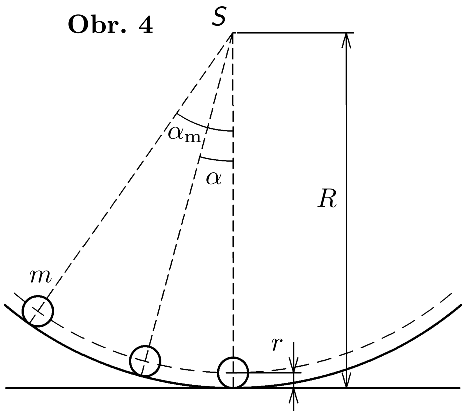
4. Skleněná nádobka se svislými stěnami má čtvercový průřez o straně a a výšku h. Do dvou třetin své výšky je naplněna vodou, jejíž povrchové napětí ve styku se vzduchem je σ. Rovnoběžně s jednou boční stěnou v malé vzdálenosti od ní vsuneme do nádoby skleněnou svislou přepážku, která celou nádobu rozdělí na dvě části - širokou a úzkou (obr. 3). Jakou tloušťku musí mít skleněná přepážka, má-li zůstat hladina vody v široké části nádoby po úplném zasunutí přepážky v nezměněné výšce? Předpokládáme, že voda dokonale smáčí stěny nádoby a že v širší části nádoby se kapilární jevy neprojevují.

Řešte obecně, potom pro hodnoty $a = 10{,}0$ cm, $h = 6{,}00$ cm, $\sigma = 73{,}6 \cdot 10^{-3}$ N·m^{-1}, hustota vody $\varrho_V = 1000$ kg·m^{-3}, $g = 9{,}8$ m·s^{-2}.

Obr. 3



Obr. 4



5. Po vnitřní straně válcové plochy o poloměru R upevněné na vodorovné podložce koná valivý pohyb homogenní válec o poloměru $r < R$ a hmotnosti m. Pohyb začíná v poloze určené úhlem α_m (obr. 4). Součinitel smykového tření mezi válcem a válcovou plochou je f.

a) Ověřte, že daný úhel α_m je dostatečně malý, aby nedošlo ke smyku válce po válcové ploše.

b) Určete, jakou rychlostí se pohybuje osa válce a jakou silou působí válec na válcovou plochu při průchodu rovnovážnou polohou.

c) Určete, jakou rychlostí se pohybuje osa válce a jakou silou působí válec na válcovou plochu v poloze určené úhlem α podle obrázku.

Řešte obecně a pro hodnoty: $R = 1{,}0$ m, $r = 5{,}0$ cm, $m = 0{,}50$ kg, $f = 0{,}35$, $\alpha_\mathrm{m} = 35°$, $\alpha = 15°$.

6. *Praktická úloha:* **Statické a dynamické měření síly potřebné k přetržení vlákna**

Určete sílu potřebnou k přetržení vlákna (niti do šicího stroje, hedvábí apod.)

a) staticky — pomocí siloměru,

b) dynamicky — metodou založenou na současném působení tíhy a odstředivé síly. Výsledky získané oběma způsoby porovnejte.

Provedení úlohy:

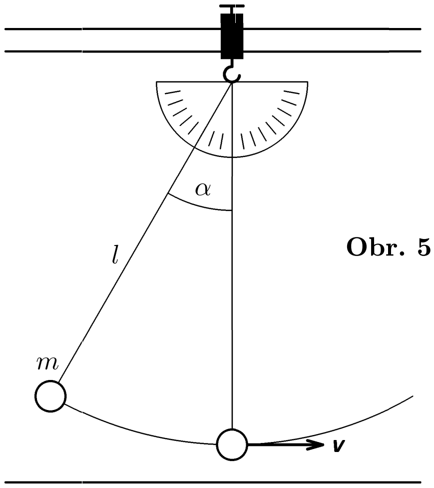
a) Konec vlákna uvažte na siloměr a pomalu zvětšujte zatížení siloměru, až vlákno praskne. Měření opakujte desetkrát, výsledky zapište do tabulky.

Vypočítejte průměrnou velikost trhací síly a průměrnou odchylku jednoho měření.

b) Na okraj desky stolu připevněte svorku s háčkem a za ni do svislé roviny úhloměr (obr. 5). Na háček přivažte měřené vlákno a těsně nad podlahu zavěste závaží, jehož tíha je rovna přibližně polovině trhací síly určené při statickém měření. Vychýlíme-li závaží o úhel α a uvolníme, bude při průchodu rovnovážnou polohou působit na vlákno celková síla o velikosti

$$F = mg + \frac{mv^2}{l} = mg(3 - 2\cos\alpha)\,.$$

Tento vztah odvoďte.
Výchylku postupně zvětšujte, až dojde k přetržení vlákna, a vypočítejte trhací sílu. Měření opakujte desetkrát, výsledky zapište do tabulky. Vypočítejte průměrnou velikost trhací síly a průměrnou odchylku jednoho měření.



Obr. 5

7. List kancelářského papíru položíme na vodorovný stůl tak, aby poněkud přesahoval přes jeho okraj. Délku té části listu, která je nad stolní deskou, označme l. Do středu této části položíme homogenní váleček o poloměru r tak, že jeho osa bude rovnoběžná s hranou stolu, přes kterou papír přesahuje. Papír uchopíme za přečnívající okraj a vytáhneme vodorovným směrem zpod válečku se stálým zrychlením $\boldsymbol{a}$. Součinitel smykového tření mezi papírem a válečkem je f_1 a mezi válečkem a prázdnou stolní deskou f_2.

a) Ověřte, že pro danou hodnotu zrychlení papíru se váleček bude pohybovat po papíru bez smyku a určete, jaké zrychlení bude mít hmotný střed válečku vzhledem ke stolu po dobu, kdy na něj bude působit papír.

b) Určete polohu a pohybový stav válečku v okamžiku, kdy se celý papír vysune zpod válečku.

c) Určete, jak se bude váleček pohybovat po vysunutí papíru.

Řešte obecně a pro hodnoty: $a = 3{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $f_1 = 0{,}30$, $f_2 = 0{,}40$, $l = 28{,}0\ \mathrm{cm}$, $r = 2{,}0\ \mathrm{cm}$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Doporučení: Dříve, než se pustíte do teoretického řešení, proveďte pokus, při kterém alespoň přibližně splníte podmínky úlohy.