Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Ve válcové čerpací komoře rotační olejové vývěvy se otáčí excentricky umístěný válcový píst se dvěma šoupátky, která dosedají na stěny komory a oddělují sací prostor od prostoru výtlačného. Sací prostor se postupně zvětšuje; po dosažení objemu V_s je uzavřen šoupátkem a mění se v prostor výtlačný (obr. 1).

Vývěva je spojena trubicí s nádobou, ze které čerpáme vzduch, který má před spuštěním vývěvy tlak p_1 a teplotu t_1. Objem nádoby i s trubičkou je V_1. Počáteční poloha rotoru je stejná jako na obr. 1.

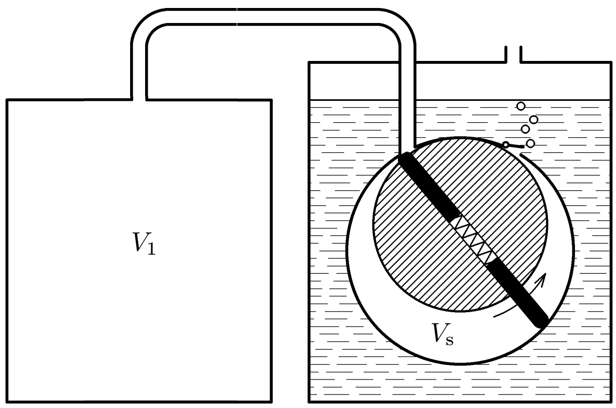
a) Vypočtěte tlak a teplotu vzduchu v nádobě v okamžiku, kdy se píst otočil o prvních 180°. Vzduch považujte za ideální plyn a jeho rozpínání za adiabatické.

b) Určete počet N_1 otáček vývěvy, po kterém tlak v čerpané nádobě klesne pod požadovanou hodnotu p_k, kdyby celé čerpání probíhalo jako adiabatický děj. Jak by se v takovém případě změnila teplota v nádobě?

c) Při delším čerpání nelze zanedbat tepelnou výměnu mezi nádobou a plynem. Po vypnutí vývěvy se teplota v nádobě po krátké době vyrovná s teplotou okolí na původní hodnotu t_1. Určete počet N_2 otáček vývěvy tak, aby tlak v nádobě zůstal po vypnutí vývěvy pod požadovanou hodnotou p_k i po vyrovnání teploty.

d) Posuďte, proč reálný počet otáček musí být větší než vámi vypočtená hodnota.

Řešte obecně a potom pro hodnoty: $p_1 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 30{,}0\ \mathrm{dm}^3$, $V_\mathrm{s} = 0{,}300\ \mathrm{dm}^3$, $p_\mathrm{k} = 5{,}0$ Pa, $t_1 = 22{,}0$ °C. Poissonova konstanta vzduchu je $\varkappa = 1{,}40$.



Obr. 1

2. Deskový kondenzátor má rovnoběžné desky, každou o obsahu S, ve vzájemné vzdálenosti d. Mezi deskami je vzduch a kondenzátor je připojen ke zdroji stálého napětí U. Jednu desku budeme přibližovat ke druhé stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$.

a) Nakreslete pro dané číselné hodnoty graf závislosti náboje kondenzátoru na čase.

b) Určete čas t', při kterém bude na kondenzátoru náboj Q'.

c) Určete průměrnou hodnotu proudu odebíraného ze zdroje během n-té a během m-té desetiny sekundy od začátku pohybu desky.

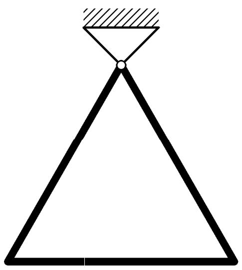
d) Nalezněte vztah popisující závislost okamžitého proudu na čase.

e) Ke zdroji stálého napětí U zapojíme do série dva stejné kondenzátory, které mají opět obsah desek S a počáteční vzdálenost desek d. U jednoho z nich začneme přibližovat jednu desku ke druhé rychlostí $\boldsymbol{v}$. Určete čas t'', kdy na pohyblivém kondenzátoru bude náboj Q''. Jaké bude v tomto okamžiku napětí na každém kondenzátoru?

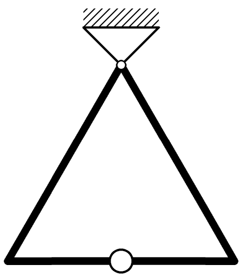
Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $S = 400\ \mathrm{cm}^2$, $v = 1{,}00\ \mathrm{cm}\cdot s^{-1}$, $U = 50{,}0\ \mathrm{V}$, $d = 15\ \mathrm{cm}$, $Q' = 1{,}00\ \mathrm{nC}$, $Q'' = 0{,}10\ \mathrm{nC}$, $n = 100$, $m = 145$. Permitivita vakua má hodnotu $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

3. a) Kyvadlo je tvořeno drátem konstantního průřezu ohnutým do tvaru rovnostranného trojúhelníku o straně a, který je upevněn otáčivě v jednom vrcholu (obr. 2a). Určete dobu kmitu a redukovanou délku kyvadla.

b) Jak se změní doba kmitu, upevníme-li do středu dolní strany trojúhelníku hmotný bod o stejné hmotnosti, jako je hmotnost drátu (obr. 2b)?



Obr. 2a

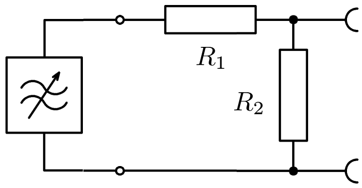


Obr. 2b

4. Do komína výšky h, na jehož dně je dokonale pružná vodorovná ocelová deska, vhodíme postupně n dokonale pružných ocelových koulí, pro jejichž hmotnosti platí $m_{i+1} = q \cdot m_i$, kde $q < 1$. Zanedbejte rozměry koulí proti výšce komína a odpor vzduchu. Předpokládejte, že středy koulí se budou stále pohybovat po přímce, která je osou komína. Počáteční rychlosti koulí při vhazování do komína jsou nulové. Vhazují se postupně od první do n-té se zanedbatelným časovým odstupem.

a) Určete rychlost poslední koule těsně po odrazu od koule předposlední.
b) Kolik koulí bychom museli do komína vhodit, aby poslední koule překonala rychlost zvuku $c = 340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, jestliže $q = 0{,}10$, $h = 20$ m a $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$?
c) Jakou část celkové mechanické energie získá poslední koule v úloze b)?

5. Nezatížený tónový generátor má svorkové napětí $U_0 = 10{,}0$ V. Odebíráme-li proud 1,00 mA, poklesne svorkové napětí na 7,0 V. Ke generátoru připojíme odporový dělič tvořený dvěma rezistory (obr. 3). Určete jejich odpory R_1 a R_2 tak, aby upravený zdroj měl napětí naprázdno $U_0' = 100$ mV a vnitřní odpor $R_\mathrm{i}' = 75\ \Omega$.



Obr. 3

6. *Praktická úloha:* **Ověření teoretických výpočtů objemu plynu**

Určete, jaký objem zaujímá při atmosférickém tlaku a teplotě laboratoře plynný oxid uhličitý získaný vypuštěním náplně sifonové bombičky. Zjištěnou hodnotu porovnejte s hodnotou vypočtenou ze stavové rovnice a van der Waalsovy rovnice.

Pomůcky: sifonová bombička, hlavice od sifonové lahve, mikrotenový sáček 30 cm× 40 cm, gumička, laboratorní váhy, sada závaží, teploměr a barometr

Provedení úlohy: Vážením určete hmotnost prázdného mikrotenového sáčku a gumičky m_1 a hmotnost m_2 plné sifonové bombičky. Gumičkou připevněte sáček k hlavici sifonu (místo láhve). Vypusťte náplň do sáčku. U hlavice sáček stiskněte rukou a touž gumičkou uzavřete. Určete hmotnost m_3 prázdné bombičky a po vyrovnání teplot vyvažte sáček se zachyceným plynem závažím o hmotnosti m_4.

Změřte teplotu T v laboratoři a atmosférický tlak p. V tabulkách nalezněte kritickou teplotu oxidu uhličitého a porovnejte ji s teplotou místnosti.

Na sáček s plynem působí okolní vzduch nezanedbatelnou vztlakovou silou

$$F_\mathrm{vz} = V \varrho_\mathrm{v} g = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4) g\,.$$

Zdůvodněte. Hustotu ϱ_v vzduchu při atmosférické teplotě T a atmosférickém tlaku p vypočítáme ze stavové rovnice:

$$\varrho_\mathrm{v} = \frac{M_\mathrm{m} p}{R_\mathrm{m} T}\,,$$

kde $M_\mathrm{m} = 28{,}96 \cdot 10^{-3}$ kg·mol^{-1} je molární hmotnost vzduchu a R_m je molární plynová konstanta. Spojením obou vztahů dostaneme pro objem sáčku:

$$V = \frac{(m_1 + m_2 - m_3 - m_4)R_\mathrm{m}T}{pM_\mathrm{m}}\,.$$

Ze stavové rovnice můžeme také přímo vypočítat objem oxidu uhličitého, jehož látkové množství je

$$n = \frac{m_2 - m_3}{M_\mathrm{m}(CO_2)}\,,$$

při teplotě a tlaku v laboratoři:

$$V = \frac{nR_\mathrm{m}T}{p}\,.$$

Přesnější hodnotu objemu dostaneme numerickým řešením van der Waalsovy rovnice ve tvaru:

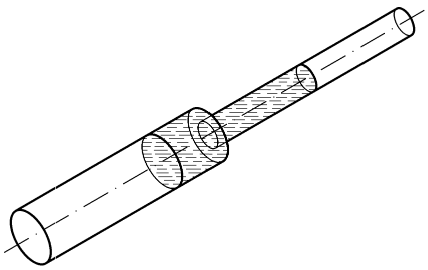
$$\left(p - \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nR_\mathrm{m}T\,.$$

Konstanty $a,\ b$ mají pro oxid uhličitý hodnoty: $a = 0{,}3654\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^3 \cdot \mathrm{m}^{-2}$, $b = 42{,}81 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{mol}^{-1}$.

Všechny tři výsledky porovnejte a zhodnoťte přesnost experimentu.

7. Do kapiláry zhotovené ze dvou tenkých skleněných trubiček o průměrech d_1 a d_2 byla nasáta velká kapka vody o hmotnosti m (obr. 4). Pokud kapilára leží ve vodorovné poloze, celá kapka „vklouzne“ do užší části, a když kapiláru otočíme do svislé polohy, celá kapka z ní vyteče. Při jaké odchylce osy kapiláry od vodorovné roviny bude část kapky v tlustší a část v tenčí trubičce? Voda má povrchové napětí σ a hustotu ϱ. Stykový úhel vody se sklem je ϑ.

Řešte obecně a potom pro hodnoty: $d_1 = 1{,}0$ mm, $d_2 = 2{,}0$ mm, $m = 0{,}075$ g, $\sigma = 0{,}073\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1}$, $\varrho = 1000\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$, $\vartheta = 8°$, tíhové zrychlení $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.



Obr. 4