Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Úlohy regionálního kola 38. ročníku FO kategorie A

1. Kosmická stanice pro výzkum Měsíce byla nejprve uvedena na kruhovou trajektorii okolo Země ve výšce $h = 762$ km nad rovníkem. Ve vhodném čase byla stanice krátkodobě urychlena ve směru tečny ke kruhové trajektorii a přešla na eliptickou trajektorii, jejíž nejvzdálenější bod leží na trajektorii Měsíce.

a) Určete velikosti poloos eliptické trajektorie.

b) Za jakou dobu od urychlení dosáhne stanice nejvzdálenějšího bodu?

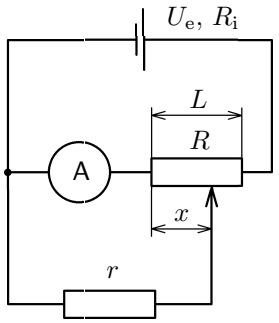
c) Jak velká byla rychlost bezprostředně po přechodu na eliptickou trajektorii a jaká bude v nejvzdálenějším bodě?

Vliv jiných těles než Země na pohyb stanice neuvažujte.
Trajektorii Měsíce považujte za kružnici o poloměru 384 000 km. Hmotnost Země je $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, poloměr rovníku $R = 6\,378$ km, gravitační konstanta $\varkappa = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

2. Lineární válcový potenciometr o odporu R a délce L je zapojen podle obr. 1 ke zdroji o elektromotorickém napětí U_e a vnitřním odporu R_i. Z potenciometru je napájen rezistor o odporu r. V obvodu je zapojen ampérmetr se zanedbatelným odporem.

a) Vypočtěte proud procházející ampérmetrem, je-li jezdec potenciometru jednak v levé, jednak v pravé krajní poloze.

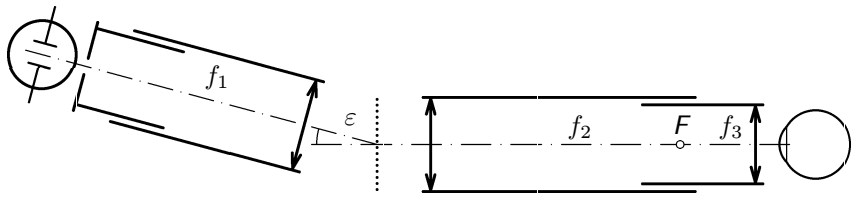
b) Jak závisí proud procházející ampérmetrem na vzdálenosti x jezdce od levého konce potenciometru? Při které poloze jezdce bude minimální a při které maximální?



Obr. 1

3. Základní části mřížkového spektroskopu jsou štěrbinový kolimátor, optická mřížka a dalekohled (obr. 2). Objektiv kolimátoru má ohniskovou vzdálenost $f_1 = 60$ mm a štěrbina se nachází v jeho ohnisku. Objektiv a okulár dalekohledu mají ohniskové vzdálenosti $f_2 = 100$ mm a $f_3 = 25$ mm. Dalekohled je zaostřen na nekonečno. Mřížka má 150 vrypů na milimetr a je umístěna kolmo k optické ose dalekohledu. Spektroskop je určen k pozorování spektra viditelného světla v intervalu vlnových délek $\langle 390\ \mathrm{nm}, 760\ \mathrm{nm}\rangle$.

Ve spektroskopu využíváme mřížkové spektrum prvního řádu. Aby se do něj soustředilo téměř všechno světlo dopadající na mřížku, je použita mřížka typu *echelette* (žebříček). Profil mřížky je na obr. 3.

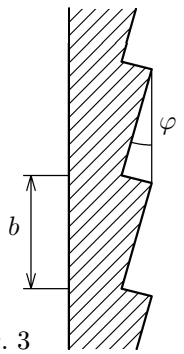


Obr. 2

a) O jaký úhel ε musí být odchýlena optická osa kolimátoru, aby ve společném ohnisku objektivu a okuláru dalekohledu vznikla spektrální čára vlnové délky $\lambda_0 = 575$ nm?

b) V jaké vzdálenosti od ohniska budou spektrální čáry příslušející vlnovým délkám $\lambda_1 = 760$ nm a $\lambda_2 = 390$ nm? Pod jakým zorným úhlem uvidíme celé spektrum v okuláru?

c) O jaký úhel φ by měly být odchýleny roviny vrypů od roviny mřížky, je-li střední hodnota indexu lomu použitého skla 1,51?



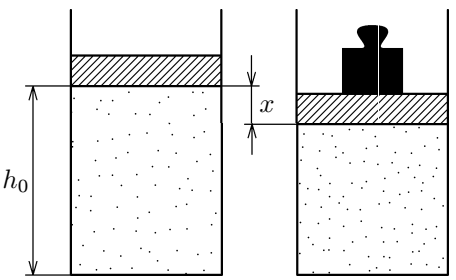
Obr. 3

4. Ve svislém válci s obsahem vnitřního průřezu $S = 120\ \mathrm{cm}^2$ je uzavřen vzduch pomocí pístu (obr. 4). Výška sloupce vzduchu je $h_0 = 25{,}0$ cm, tlak vzduchu ve válci $p_0 = 110$ kPa je v důsledku tíhy pístu větší než okolní barometrický tlak. Předpokládáme, že tepelná výměna mezi vzduchem ve válci a okolím probíhá pomalu a součinitel smykového tření mezi pístem a válcem je velmi malý. Těsně nad píst přiložíme a vzápětí uvolníme závaží o hmotnosti $M = 5{,}0$ kg.

a) Ukažte, že pro malé a rychlé posunutí pístu x je změna tlakové síly působící zdola na píst přímo úměrná posunutí a určete konstantu úměrnosti k.

b) Jaké je maximální posunutí x_m válce po uvolnění závaží?

c) V jaké rovnovážné poloze se píst dlouhodobě ustálí?



Obr. 4

Poissonova konstanta vzduchu je $\varkappa = 1{,}40$. Při úpravách využijte skutečnost, že pro $\xi \ll 1$ platí přibližný vztah $(1+\xi)^n \doteq 1 + n\xi$.