Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. a) Homogenní tyč AB délky l a hmotnosti m postavenou do svislé polohy uvolníme a necháme, aby se skácela na vodorovnou podlahu. Dolní konec je kloubově spojen s podlahou. Jak se bude během pohybu měnit síla, kterou bude dolní konec tyče působit na podlahu, v závislosti na odchylce φ tyče od svislého směru?

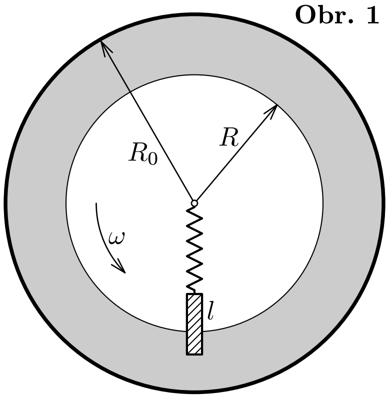
b) Spodní konec tyče nebude upevněn, ale jen opřen o podlahu. Při jaké odchylce od svislého směru začne dolní konec tyče podkluzovat a na kterou stranu, má-li součinitel smykového tření mezi tyčí a podlahou hodnotu f?

c) Teoretické výsledky části b) ověřte experimentálně pomocí delší dřevěné tyčky na podlahách s různým povrchem (umakart, sklo, PVC, koberec apod.).

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $l = 2{,}0$ m, $m = 2{,}0$ kg, tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{ms}^{-2}$. Tloušťku tyče a odpor vzduchu zanedbáváme. Část b) řešte pro $f = 0{,}20$ a pro $f = 0{,}50$.

2. Čtenářům literatury sci-fi připomene řešená situace tzv. „válcové moře“ z knihy A. C. Clarka *Setkání s Rámou*: Válcová nádoba o poloměru R_0, ve které je určité množství kapaliny o hustotě ϱ_0, rotuje v beztížném stavu kolem osy válce úhlovou rychlostí ω. Hladina kapaliny vytvoří válcovou plochu o poloměru R. K ose válce je pružinou o tuhosti k a zanedbatelné hmotnosti zavěšena tyč s plošným obsahem průřezu $S \ll R^2$ a s hustotou ϱ, která zasahuje do kapaliny a slouží jako ukazatel úhlové rychlosti válce (obr.1).

Obr. 1



a) Jak závisí tlak v kapalině na vzdálenosti od hladiny?

b) Jaká vztlaková síla působí na tyč ze zadání úlohy, jestliže není zcela ponořena? Přeformulujte pro tento případ Archimédův zákon tak, aby platil ve vztažné soustavě spojené s rotujícím válcem.

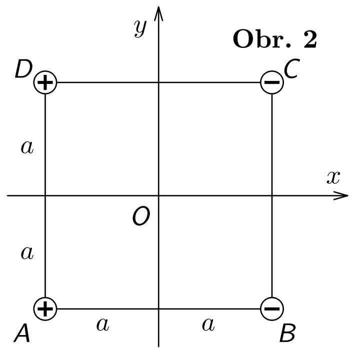
c) Určete, jak závisí hloubka h ponoření tyče do kapaliny na úhlové rychlosti válce, jestliže délka l tyče je rovna vzdálenosti hladiny od pláště válce, $l = R_0 - R$ a klidová délka pružiny je $R - l$. Proveďte diskusi řešení.

d) Vypočítejte hloubku ponoření tyče pro konkrétní hodnoty:
$R_0 = 1{,}50$ m, $R = 1{,}00$ m, $\varrho_0 = 1000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\varrho = 500\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$,
$\omega = 10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $S = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$, $k = 40\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

3. Čtverec $ABCD$ o straně $2a$ se nachází ve vakuu. Ve vrcholech A, D jsou umístěny stejné kladné bodové náboje o velikosti Q. Ve vrcholech B,C jsou umístěny dva stejné záporné bodové náboje o velikosti $-Q$. Vztažnou soustavu zvolíme tak, že počátek je ve středu čtverce a osy x a y jsou rovnoběžné se stranami čtverce (obr. 2).

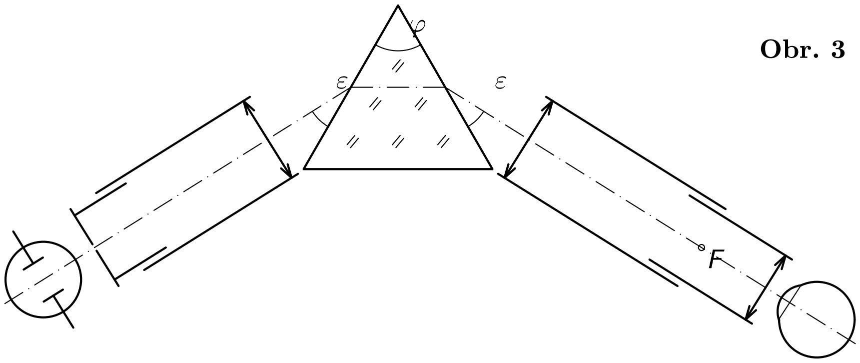
a) Vyšetřete průběh elektrického potenciálu a intenzity elektrického pole podél osy x.

b) Vyšetřete průběh elektrického potenciálu a intenzity elektrického pole podél osy y.



Obr. 2

4. Spektroskop Bunsenův – Kirchhoffův (obr. 3) je opatřen hranolem z flintového skla o lámavém úhlu $\varphi = 60°$. Štěrbina kolimátoru leží v ohnisku achromatické spojky, takže na hranol dopadají paprsky rovnoběžné s optickou osou kolimátoru. Dalekohled spektroskopu je zaostřen na nekonečno. Jeho objektiv a okulár mají rovněž vykompenzovánu barevnou vadu a jejich ohniskové vzdálenosti jsou $f_1 = 10{,}0$ cm, $f_2 = 2{,}5$ cm. Optické osy kolimátoru a dalekohledu byly nastaveny tak, že s lámavými stěnami hranolu svírají stejné úhly $\varepsilon = 28{,}0°$. Spektroskopem budeme pozorovat spektrum heliové výbojky, které má ve viditelném oboru 7 výrazných spektrálních čar. Krajní červené čáře přísluší vlnová délka $\lambda_c = 706{,}5$ nm, krajní fialové čáře přísluší vlnová délka $\lambda_f = 447{,}1$ nm.



Obr. 3

a) Jakou vzájemnou vzdálenost budou mít uvedené spektrální čáry v ohniskové rovině objektivu dalekohledu?

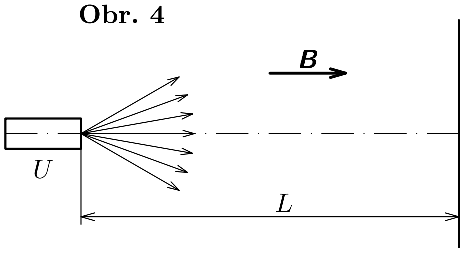
b) Pod jakým zorným úhlem uvidí obě čáry pozorovatel, který se bude dívat do okuláru?

Indexy lomu flintového skla pro dané vlnové délky určete pomocí školních MFCh tabulek.

5. Z výstupního otvoru elektronové trysky vystupuje svazek elektronů urychlených napětím $U = 5{,}00$ kV a dopadá na stínítko umístěné ve vzdálenosti $L = 30{,}0$ cm kolmo k ose trysky. Celé zařízení je ve vakuu, střed stínítka leží na ose trysky (obr. 4).

a) Dokažte, že elektrony, jejichž rychlosti jsou málo odchýlené od osy trysky, můžeme soustředit do středu stínítka působením homogenního magnetického pole, jehož magnetická indukce $\boldsymbol{B}$ je rovnoběžná s osou trysky. Určete nejmenší hodnotu $B_{\min}$, při které dojde k zaostření.

Obr. 4

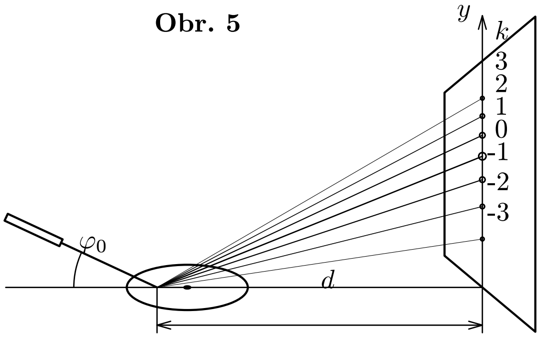


b) Jak daleko od středu stínítka dopadne v tomto případě elektron, jehož rychlost bude při výstupu z trysky odchýlena od osy o úhel $\alpha = 30°$?

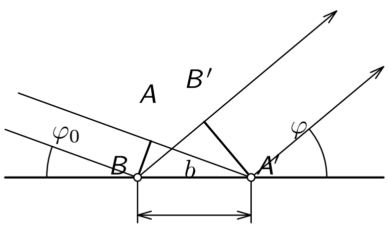
6. *Praktická úloha:* **Měření vlnové délky světla laseru pomocí gramofonové desky. Měření hustoty záznamových stop na kompaktním disku**

Teorie: Laserový paprsek si můžeme představit jako zhruba 1 mm široký tok rovinných vlnoploch koherentního monochromatického záření. Dopadá-li šikmo s malou odchylkou φ_0 na vodorovnou gramofonovou desku, zasáhne větší počet drážek zvukového záznamu. Pravidelně uspořádané lesklé rovinné mezery mezi drážkami se chovají jako optická mřížka na odraz, mřížková konstanta b je rovna vzdálenosti středů sousedních drážek. Na svislém stínítku postaveném nedaleko desky vznikne difrakční jev tvořený svislou řadou svítících bodů v rovině dopadu laserového paprsku (obr. 5).

Obr. 5



Obr. 6



Interferenční maxima vznikají ve směrech, ve kterých dráhový rozdíl δ elementárních vlnění vycházejících ze sousedních odrazných plošek je roven celistvému násobku vlnové délky světla. Odchylky světelného paprsku, pro které je to splněno, určíme na základě obr. 6. Platí

$$\delta = AA' - BB' = b\cos\varphi_0 - b\cos\varphi = k\lambda\,, \quad \lambda = \frac{b(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)}{k}\,.$$

Celé číslo k se nazývá *řád* interferenčního maxima.

Interferenční maximum se nachází na stínítku ve výši $y = d\,\mathrm{tg}\,\varphi$, kde d je vzdálenost stínítka od bodu dopadu laserového paprsku. Z toho určíme

$\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{d}$. Nejjasnější je interferenční maximum nultého řádu, které leží ve směru s odchylkou φ_0 ve výšce $y_0 = d \operatorname{tg} \varphi_0$, kde dráhový rozdíl všech odražených paprsků je nulový.

Nahradíme-li gramofonovou desku kompaktním diskem, jehož záznamové stopy mají mnohem větší hustotu, interferenční jev se zjednoduší. Na stínítku se vytvoří jen maximum nultého řádu a vysoko nad ním maximum prvního řádu. Vztahy odvozené pro gramofonovou desku platí i v tomto případě.

Úkoly:

a) Gramofonovou desku nasaďte na gramofon, změřte dobu t nahrávky a zkontrolujte periodu T otáčení gramofonového talíře. Změřte největší poloměr r_1 a nejmenší poloměr r_2 záznamové drážky. Z těchto údajů vypočítejte vzdálenost b středů sousedních drážek.

b) Sestavte pokus podle obr. 5 a proměřte parametry difrakčního jevu. Z nich určete vlnovou délku světla použitého laseru. Vzdálenost d stínítka od bodu odrazu volte alespoň 1 m, $\varphi_0 \doteq 10^\circ$.

c) Nahraďte gramofonovou desku kompaktním diskem a vodorovnou vzdálenost d stínítka zmenšete asi na 30 cm. Proměřte parametry difrakčního jevu a určete vzdálenost b' středů sousedních záznamových stop na disku.

d) Jednotlivé drážky gramofonového záznamu na sebe plynule navazují a tvoří spirálu. Totéž můžeme říci i o záznamových stopách kompaktního disku. Porovnejte délky obou spirál.

Upozornění: Měření smí být provedeno jen s laserem malého výkonu, například s laserovým ukazovátkem. I v takovém případě je nutno vyvarovat se přímého pohledu do laserového paprsku!

Poznámky: Laserový paprsek bývá lineárně polarizovaný. Nejvíce se odráží, jestliže elektrická složka jeho kmitů je kolmá k rovině dopadu. Toho dosáhneme otáčením laseru kolem osy, až je pozorovaný interferenční jev nejintenzivnější. Některá laserová ukazovátka vyzařují širší světelný svazek, který se soustřeďuje až ve vzdálenosti několika metrů. V takovém případě je vhodné doplnit ukazovátko spojkou o malé optické mohutnosti, která stopu na stínítku zaostří.

7. „Jižní část Bristolské katedrály byla pokryta olověným plechem, volně položeným na dřevěný krov. Sklon střechy byl poměrně mírný, ale plech přesto postupně sklouzával dolů, téměř o 20 palců za první dva roky.“

Popsaný skluz byl způsoben teplotními změnami během dne. Uvažme modelový případ. Na dřevěném prkně se sklonem 20° je položena obdélníková hliníková deska, přičemž strana o délce $L = 80$ cm má směr sklonu prkna. Přes den se teplota prkna s deskou zvýší na 45 °C, v noci teplota poklesne na 15 °C. Určete, o jaký úsek se deska posune za 30 dní.

Součinitelé teplotní délkové roztažnosti jsou pro hliník $\alpha_{\mathrm{Al}} = 23 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$ a pro dřevo $\alpha_{\mathrm{d}} = 4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$, součinitel smykového tření mezi dřevem a deskou je $f = 0{,}70$. Předpokládejte, že tlaková síla desky je rozložena po celé dotykové ploše rovnoměrně.