Úlohy 1. kola 37. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie B

1. Po ploše, jejíž kolmý řez je znázorněn na obr. B-1, se valí z výšky H homogenní kulička o poloměru R a hmotnosti m. Za bodem A má řez plochou konstantní poloměr křivosti $r > R$.

   a) Určete rychlost $\boldsymbol{v}_1$ středu kuličky při průjezdu bodem A.

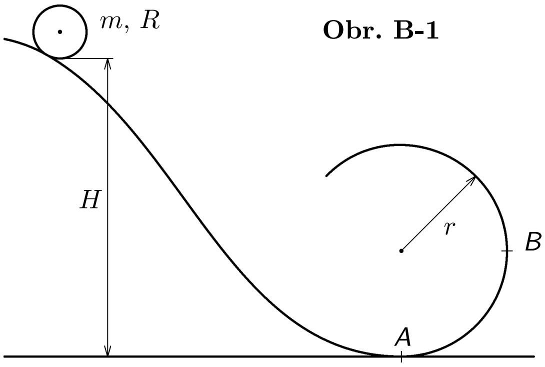
   b) Určete tlakovou sílu $\boldsymbol{F}_2$ kuličky na plochu při průjezdu bodem B.

   c) Jaký musí být poloměr r, má-li se kulička během pohybu stále dotýkat plochy?

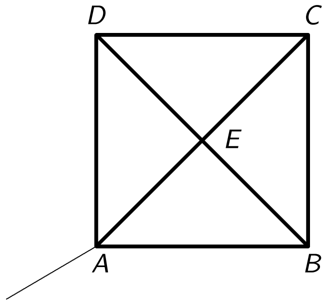
   d) Při jakém poloměru kuličky se bude kulička během pohybu stále dotýkat plochy, jestliže $H = 2r$?

   Moment setrvačnosti kuličky je $J = \frac{2}{5}mR^2$.

Obr. B-1



Obr. B-2



2. Drátěná mřížka má tvar čtverce s úhlopříčkami (obr. B-2) a je celá vyrobena ze stejného drátu. Rámeček zapojíme do elektrického obvodu tak, že jeden vodič bude připojen k uzlu A. Druhý vodič můžeme připojit k jinému vrcholu čtverce nebo k průsečíku úhlopříček. Porovnejte elektrické odpory rámečku v jednotlivých případech. Odpor strany čtverce označte R.

   Návod: Využijte toho, že mezi body se stejným potenciálem neprochází elektrický proud.

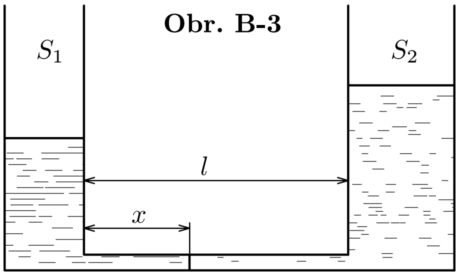
3. Dvě nádoby s plošnými obsahy průřezů S_1 , S_2 jsou u dna spojeny dlouhou tenkou vodorovnou trubicí s obsahem průřezu S a délkou l (Obr. B-3). Do první nádoby nalejeme kapalinu s hmotností m_1 a hustotou ϱ_1, do druhé nádoby kapalinu s hmotností m_2 a hustotou $\varrho_2 < \varrho_1$, která se s první kapalinou nemísí.

a) Určete podmínky, kterým musí vyhovovat m_2, aby rozhraní *R* bylo ve spojovací trubici. (Předpokládejte $m_1 > Sl\varrho_1$, $m_2 > Sl\varrho_2$).

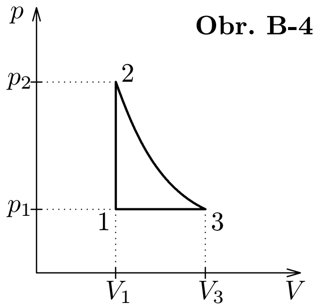
b) Určete, jak závisí vzdálenost x rozhraní *R* od nádoby s plošným obsahem průřezu S_1 na hmotnosti m_2 vyhovující podmínkám podle úlohy a).

c) Předpokládejte $x = l/2$. Jak se změní vzdálenost x, jestliže do obou nádob vhodíme současně stejný předmět s hmotností m a hustotou ϱ, pro kterou platí $\varrho_1 > \varrho > \varrho_2$? Jaké podmínky musí splňovat hmotnost m, aby rozhraní *R* zůstalo ve spojovací trubici?

d) Vypočítejte vzdálenost x a výšky hladin v obou nádobách, jestliže nastane situace popsaná v úloze c), přičemž: $\varrho_1 = 1{,}000 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\varrho = 9{,}00 \cdot 10^2 \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\varrho_2 = 8{,}00 \cdot 10^2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$,
$S_1 = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^2}$, $S_2 = 2{,}00 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^2}$, $S = 1{,}00\ \mathrm{cm^2}$, $l = 100\ \mathrm{m}$, $m = 1{,}00\ \mathrm{kg}$,
$m_1 = 10{,}0\ \mathrm{kg}$. Jak se změní výška hladin v nádobách po vhození těles o hmotnosti m?



Obr. B-3



Obr. B-4

4. Pracovní cyklus tepelného motoru, jehož pracovní látkou je ideální plyn s dvouatomovými molekulami, se skládá z izochorického ohřátí, adiabatické expanze a izobarické komprese (obr. B-4). Na počátku izochorického děje zaujímá plyn objem V_1, má tlak p_1 a teplotu T_1. Během izochorického ohřátí se jeho tlak zvětší na hodnotu p_2.

a) Určete teploty T_2, T_3 plynu na začátku a na konci adiabatické expanze a objem V_3 na konci adiabatické expanze.

b) Určete celkovou práci vykonanou motorem během jednoho cyklu.

c) Určete teoretickou účinnost motoru a porovnejte ji s účinností Carnotova cyklu, který by probíhal mezi stejnou nejvyšší a nejnižši teplotou.

Řešte obecně a pro hodnoty: $V_1 = 1,20 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$, $p_1 = 1{,}00 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$, $T_1 = 300\ \mathrm{K}$,
$p_2/p_1 = 3{,}00$. Vnitřní energie ideálního plynu s dvouatomovými molekulami je $U = \frac{5}{2} n R_m T$,
Poissonova konstanta $\kappa = 1.40$.

5. Pružina o hmotnosti m_0, jejíž délka v nezatíženém stavu je l_0, má po zavěšení misky o hmotnosti m_1 a jejím ustálení v rovnovážné poloze délku $l_0 + \Delta l$ (obr. B-5). Z malé výšky h necháme na misku dopadnout kuličku z plastelíny o hmotnosti m_2.

   a) Určete periodu, amplitudu výchylky a počáteční fázi kmitů misky po dopadu kuličky. Řešte obecně a pro hodnoty: $m_1 = 45$ g, $m_2 = 120$ g, $\Delta l = 8{,}0$ cm, $h = 5{,}0$ cm. Hmotnost pružiny a odpor vzduchu zanedbáváme.

   b) Sestrojte časový diagram okamžité výchylky pro prvních 2 sekundy po dopadu kuličky. Počátek soustavy souřadnic zvolte v rovnovážné poloze misky zatížené kuličkou.

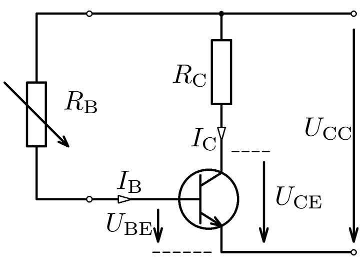
6. *Praktická úloha:* **Určení pracovních podmínek bipolárního tranzistoru v zapojení se společným emitorem**

   Teorie

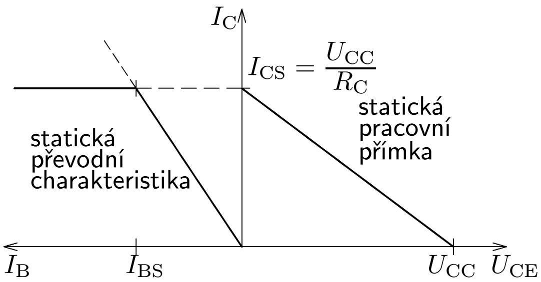
   V této úloze napodobíme nejčastější způsob zapojení bipolárních tranzistorů v elektronických zařízeních. Do výstupního obvodu tranzistoru zapojeného se společným emitorem zařadíme kolektorový rezistor o odporu R_C. Napájecí napětí U_CC je rovno součtu napětí U_CE mezi kolektorem a emitorem tranzistoru a napětí, které vznikne na kolektorovém rezistoru průchodem kolektorového proudu I_C (obr. B-6). Zvětšujeme-li proud báze I_B od nuly až do určité hodnoty I_BS, roste proud kolektoru, zvětšuje se úbytek napětí na kolektorovém rezistoru a napětí mezi kolektorem a emitorem se zmenšuje. Tranzistor pracuje v **lineárním režimu**, pro který platí

$$U_\mathrm{CE} = U_\mathrm{CC} - R_\mathrm{C} I_\mathrm{C}\,, \qquad I_\mathrm{C} \doteq \beta I_\mathrm{B}\,.$$

   Proudový zesilovací činitel β je prakticky konstantní.



Obr. B-6



Obr. B-7

Vztahy mezi obvodovými veličinami můžeme znázornit graficky (obr. B-7). První vztah je zobrazen **statickou pracovní přímkou**, jejíž poloha zřejmě nezávisí na vlastnostech tranzistoru a je určena napětím U_CC a odporem R_C.

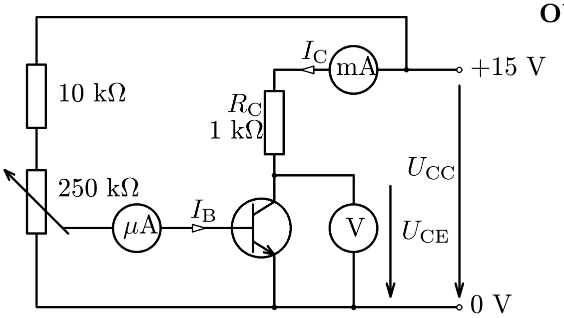
Druhý vztah zobrazuje vzestupná část **statické převodní charakteristiky daného zapojení**, která se téměř neliší od převodních charakteristik samotného tranzistoru (určených při konstantním U_{CE}).

Zvětšíme-li proud báze na hodnotu I_{BS}, vzroste kolektorový proud na hodnotu
$$I_{\mathrm{CS}} = \frac{U_{\mathrm{CC}}}{R_{\mathrm{C}}}\,,$$
napětí U_{CE} klesne na nulu a další růst kolektorového proudu už není možný – nastane **saturace** (nasycení) tranzistoru. V **nasyceném režimu** se tranzistor chová jako zkrat a převodní charakteristika daného zapojení přejde v graf konstantní funkce. Proud potřebný k saturaci je
$$I_{\mathrm{BS}} = \frac{I_{\mathrm{CS}}}{\beta} = \frac{U_{\mathrm{CC}} - U_{\mathrm{BE}}}{\beta R_{\mathrm{C}}}\,,$$
kde U_{BE} je napětí mezi bází a emitorem tranzistoru, které se pohybuje okolo 0,6 V. Nejsnáze dosáhneme saturace připojením báze na napětí U_{CC} přes rezistor o odporu
$$R_{\mathrm{B}} < R_{\mathrm{BS}} \doteq \beta R_{\mathrm{C}}\,.$$

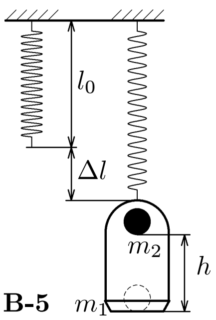
V praxi se používá tranzistoru jak v režimu lineárním (zesilovače analogových signálů), tak v režimu nasyceném (zesilování digitálních signálů, spínací obvody). Pracovní podmínky volíme tak, abychom nepřekročili mezní hodnoty obvodových veličin udané výrobcem.

Úkol:

V zapojení podle obr. B-8 změřte závislost proudu kolektoru a napětí mezi kolektorem a emitorem na proudu báze. Z naměřených hodnot sestrojte pracovní přímku a statickou převodní charakteristiku daného zapojení. Měření proveďte se dvěma tranzistory téhož typu a výsledky porovnejte.



Obr. B-8



Obr. B-5

Pomůcky:

Stejnostměrný zdroj o napětí 15 V, 2 tranzistory KF507, voltmetr, mikroampérmetr, miliampérmatr, rezistor o odporu 1 kΩ, potenciometr o odporu 250 kΩ

s ochranným rezistorem o odporu 10 kΩ, spojovací materiál.
Provedení úlohy
Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

$\frac{I_B}{\mu A}$	0	10	20	30	40	50	60	...
$\frac{U_{CE}}{V}$								
$\frac{I_C}{mA}$								

Měření skončíme, jakmile proud báze dosáhne hodnoty $I_B \doteq 2I_{BS}$. Odpor miliampérmetru se nezanedbatelným způsobem uplatňuje jako součást odporu kolektorového rezistoru. Proto měříme na jediném vhodném proudovém rozsahu.

7. Odpor vzduchu, který brzdí lyžaře při sjezdu, splňuje vztah

$$F_o = \frac{1}{2} C S \varrho v^2 ,$$

kde v je rychlost lyžaře, S je plošný obsah jeho siluety a ϱ je hustota vzduchu. Konstanta C se nazývá součinitel odporu.

a) Určete součinitel odporu C, znáte-li hmotnost lyžaře m a plošný obsah S, hustotu vzduchu ϱ a víte-li, že na dlouhém rovném svahu se sklonem α_1 dosáhl maximální rychlosti v_{m1} a na svahu se sklonem α_2 dosáhl maximální rychlosti v_{m2}. Kvalita sněhu byla v obou případech stejná.

b) Jaký byl součinitel smykového tření mezi lyžemi a sněhem f?

c) Jaké maximální rychlosti v_{m3} by lyžař dosáhl na svahu se sklonem α_3?

Řešte obecně a pro hodnoty $m = 85$ kg, $\varrho = 1,20$ kg $\cdot$ m^{-3}, $S = 0,50$ m^2, $\alpha_1 = 8,0°$, $v_{m1} = 12$ m$\cdot$s^{-1}, $\alpha_2 = 15°$, $v_{m2} = 31$ m$\cdot$s^{-1}, $\alpha_3 = 25°$.