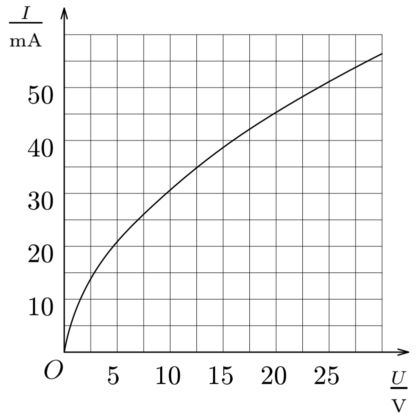
Úlohy 1. kola 37. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie A

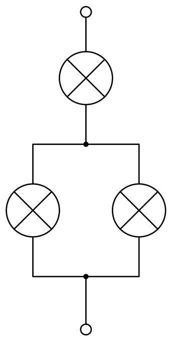
1. Trám délky l, hmotnosti m a konstantního průřezu plave na vodní hladině. Dřevo, ze kterého je trám vyroben, má po namočení hustotu ϱ; hustota vody je ϱ_1; příčné rozměry trámu jsou mnohem menší než jeho délka. K jednomu konci trámu připevníme lano a budeme jej volně zvedat vzhůru.

   Jak bude záviset velikost tažné síly lana na výšce h zvednutého konce nad hladinou? Nakreslete graf této závislosti.

   Řešte obecně a pak pro hodnoty: $m = 55$ kg, $l = 6{,}0$ m, $\varrho = 640$ kg$\cdot$m^{-3}, $\varrho_1 = 1000$ kg$\cdot$m^{-3}, $g = 9{,}8$ m$\cdot$s^{-2}.



Obr. A-1


Obr. A-2

2. Na obr. A-1 je voltampérová charakteristika telefonní žárovky s jmenovitými hodnotami 24 V, 0,1 A. Charakteristika je sestrojena z údajů v tabulce:

U/V	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0	24,0	26,0	28,0
I/mA	9,1	12,5	18,4	23,0	27,0	30,6	34,0	37,1	40,1	42,8	45,3	47,7	50,0	52,3	54,5

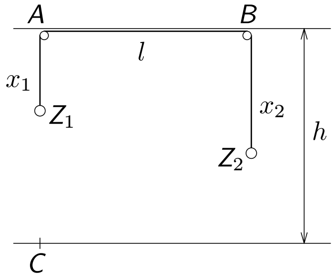
   a) Jaký proud bude procházet žárovkou a jaké napětí na ní naměříme, připojíme-li ji ke stejnosměrnému zdroji o elektromotorickém napětí $U_e = 29{,}5$ V a vnitřním odporu $R_i = 45\ \Omega$?

b) Jakou voltampérovou charakteristiku bude mít dvojice stejných žárovek zapojená paralelně?

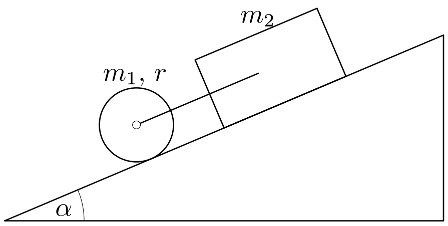
c) Jakou voltampérovou charakteristiku bude mít skupina tří žárovek zapojená podle obr. A-2?

d) Skupinu žárovek z obr. A-2 připojíme ke zdroji z úlohy a). Jaké proudy budou procházet žárovkami a jaké na nich bude napětí?

3. Dva bodové zdroje světla o svítivostech I_1 a I_2 jsou zavěšeny u stropu na společném pohyblivém závěsu délky d (obr. A-3). Vzdálenost bodů A, B je l, místnost má výšku h.



Obr. A-3



Obr. A-4

a) Určete osvětlení E_0 na podlaze v bodě C svisle pod zdrojem o svítivosti I_1, jsou-li oba zdroje ve stejné výšce nad podlahou.

b) Jak daleko od stropu je třeba umístit 1. zdroj, jestliže 2. zdroj zhasne, aby v bodě C bylo opět osvětlení E_0? V obecném řešení již považujte hodnotu E_0 za známou.

c) Jak daleko od stropu je třeba umístit 2. zdroj, jestliže 1. zdroj zhasne, aby v bodě C bylo opět osvětlení E_0?

d) 1. zdroj nesvítí. Při jaké vzdálenosti 2. zdroje od stropu bude osvětlení v bodě C maximální?

Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty:
$I_1 = 25$ cd, $I_2 = 150$ cd, $h = 3{,}10$ m, $l = 1{,}20$ m, $d = 3{,}50$ m.
Úlohu c) řešte pouze numericky.

4. Při poruše topení vychladla třída na 0 °C. Kolik tepla je třeba dodat, aby se vzduch ve třídě vyhřál na 20 °C? Vedení tepla stěnami zanedbejte. Třída má rozměry $7 \times 10 \times 4$ m^3. Tlak vzduchu je $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa, molární hmotnost $M_m = 28{,}96 \cdot 10^{-3}$ kg$\cdot$mol^{-1} a měrná tepelná kapacita při stálém tlaku $c_p = 1005$ J$\cdot$kg$^{-1}\cdot$K^{-1}.

5. Na nakloněné rovině se sklonem α je umístěna spojená soustava válce a kvádru. Válec má hmotnost m_1, poloměr r a moment setrvačnosti vůči rotační ose $J = \frac{1}{2} m_1 r^2$. Osa válce je pomocí dvou tenkých tyčí spojena s kvádrem o hmotnosti m_2 (obr. A-4). Tyče jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou, osa válce je v nich volně otáčivá. Součinitel smykového tření mezi povrchy kvádru či válce a nakloněnou rovinou je f. (Obě tělesa jsou ze stejného materiálu.)

   a) Stanovte horní mez f_{max} součinitele smykového tření, při kterém dojde po uvolnění soustavy k jejímu pohybu po nakloněné rovině.

   b) Vypočítejte zrychlení soustavy a sílu F přenášenou tyčemi za předpokladu, že soustava sjíždí po nakloněné rovině a válec se pohybuje bez prokluzování.

   c) Určete dolní mez f_{min} smykového tření, při kterém nedochází k prokluzování válce.

   Úlohy a), c) řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty: $\alpha = 25°$, $m_1 = 2,2$ kg, $m_2 = 5,0$ kg, $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. V úloze b) počítejte ještě s hodnotou $f = 0,27$.

6. *Praktická úloha.* **Určení frekvenčních charakteristik Wienova členu**

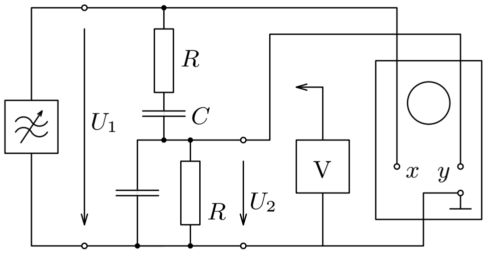
   Teorie Wienova členu je vyložena podrobně ve studijním textu FO kat A: „Obvody střídavého proudu s lineárními jednobrany a dvojbrany“ (1. vydání 1992, 2. vydání 1995)

   Úkoly:

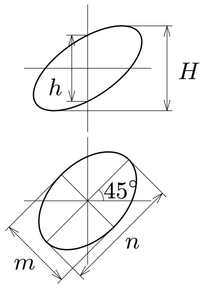
   a) Sestavte Wienův člen ze dvou stejných rezistorů o odporu R (např. 1 kΩ) a dvou stejných kondenzátorů o kapacitě C (např. 100 nF). Určete jeho kritickou frekvenci f_0 a ověřte, že platí

   $$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}.$$

   b) Pro různé hodnoty poměrného rozladění v intervalu $-5 \geq F \geq 5$ určete absolutní hodnotu napěťového přenosu $A = U_2/U_1$ a fázové posunutí $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Z naměřených hodnot sestrojte frekvenční charakteristiky: útlumovou, fázovou a komplexní. Jejich skutečné průběhy porovnejte s teoretickými, které jsou zobrazeny ve studijním textu.



Obr. A-5



Obr. A-6, A-7

Provedení úlohy

Měříme v zapojení podle obr. A-5 při maximálním napětí tónového generátoru. Voltmetrem zjišťujeme efektivní hodnoty vstupního a výstupního napětí U_1 , U_2 .

Osciloskop použijeme k měření absolutní hodnoty fázového posunutí. Na obrazovce vznikne Lissajousova křivka ve tvaru elipsy. Označme největší svislou vzdálenost bodů elipsy H a vzdálenost průsečíků se svislou osou obrazovky h (obr. A-6). Platí

$$\sin|\varphi| = \frac{h}{H} .$$

Pokud je absolutní hodnota fázového posunutí větší než 45°, dává mnohem přesnější výsledky druhý způsob: Regulací horizontální a vertikální citlivosti osciloskopu můžeme elipsu upravit tak, že hlavní osa má sklon 45° (obr. A-7). Pak platí

$$\operatorname{tg}\left|\frac{\varphi}{2}\right| = \frac{n}{m} ,$$

kde n je délka vedlejší osy a m délka hlavní osy elipsy. Pokuste se uvedené vztahy pro určení fázového posunutí sami odvodit. Pro $f < f_0$ je $\varphi > 0$, pro $f > f_0$ je $\varphi < 0$. Při kritické frekvenci f_0 přejde elipsa v úsečku.

Nejprve vyhledáme kritickou frekvenci f_0 . Před dalším měřením vypočítáme frekvence, které odpovídají zvoleným hodnotám poměrného rozladění F. Výsledky měření a výpočtů zapíšeme do tabulky:

F	0	1	-1	2	-2	3	-3	...
f/f_0	0	1,618	0,618	2,414	0,414	3,303	0,303	...
f/kHz								
U_1/V								
U_2/V								
m/mm								
n/mm								
A								
φ								

7. a) Ve vakuové komoře cyklotronu urychlujícího protony bylo vytvořeno homogenní magnetické pole o indukci $B = 1{,}50$ T. Na urychlovací elektrody (duanty) je přivedeno střídavé napětí stálé frekvence f_p. Určete tuto frekvenci.

   b) Vysvětlete, proč v důsledku relativistického růstu hmotnosti může kinetická energie protonu dosáhnout v cyklotronu nejvýše hodnoty 15 MeV. Jaký poloměr má při této energii trajektorie protonu?

   c) V synchrocyklotronu, který pracuje na stejném principu, mohou protony získat kinetickou energii nekolika set MeV. Jsou urychlovány v dávkách. Během urychlování jedné dávky se frekvence urychlovacího napětí mění z počáteční hodnoty f_p (cyklotronová frekvence) v souladu s růstem hmotnosti protonu. Jakou rychlostí se pohybuje proton o kinetické energii 400 MeV? Jaký poloměr má jeho trajektorie, je-li magnetická indukce v urychlovací komoře opět 1,5 T? S jakou frekvencí obíhá?

   d) Určete vztah, podle kterého je třeba měnit frekvenci urychlovacího napětí v závislosti na čase, jestliže během každého oběhu se kinetická energie protonu zvětší o $E_1 = 10$ keV. Jak dlouho trvá za těchto podmínek urychlení jedné dávky protonů na energii 400 MeV?

Poznámka: Pokud na částici působí síla kolmá ke směru okamžité rychlosti, platí i při rychlostech blízkých rychlosti světla vztah $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$.