Řešení úloh regionálního kola 36. ročníku FO, kategorie C

1. a) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna velikosti síly vztlakové:

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_1 g\,, \quad \text{odtud:} \quad p_1 = \frac{V_1}{V} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\,, \quad p_1 = 0{,}566\,.$$

3 body

b) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna součtu velikostí vztlakových sil:

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_2 g + \varrho_3 (V - V_2) g\,, \quad \text{odtud:} \quad p_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3}\,, \quad p_1 = 0{,}532\,.$$

3 body

c) Určíme objem V_3 jako rozdíl objemů V_1 a V_2:

$$V_3 = V_1 - V_2 = V \frac{\varrho_1}{\varrho_2} - V \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3} = V \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)}\,,$$

$$p_3 = \frac{V_3}{V} \cdot 100\ \% = \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)} \cdot 100\ \%\,,$$

$$p_3 = 3{,}44\ \%\,.$$

4 body

2. a) Děj 1–2: $T_2 = T_1 = 400\ \mathrm{K}\,, \quad p_2 = 4p_1 = 4{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\,;$ platí zákon pro izotermický děj:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2\,, \quad \text{odtud} \quad V_2 = \frac{V_1}{4} = 0{,}50 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3\,.$$ **1 bod**

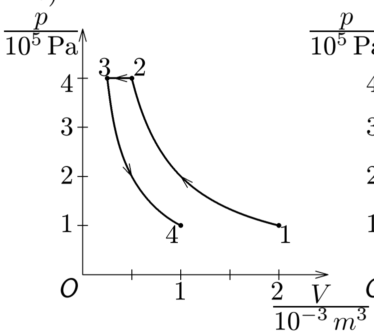
Děj 2–3: $p_3 = p_2 = 4p_1 = 4{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\,, \quad T_3 = \dfrac{T_1}{2} = 200\ \mathrm{K}\,;$ platí zákon pro izobarický děj:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2}\,, \quad \text{odtud po dosazení} \quad V_3 = \frac{V_1}{8} = 0{,}25 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}^3\,.$$ **1 bod**

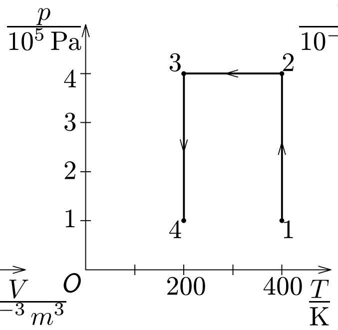
Děj 3–4: $T_4 = T_3 = \dfrac{T_1}{2} = 200\ \mathrm{K}\,, \quad V_4 = \dfrac{V_1}{2} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\,;$ platí zák. pro izotermický děj:

$$p_3 V_3 = p_4 V_4\,, \text{odtud po dosazení} \quad p_4 = p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\,.$$ **2 body**

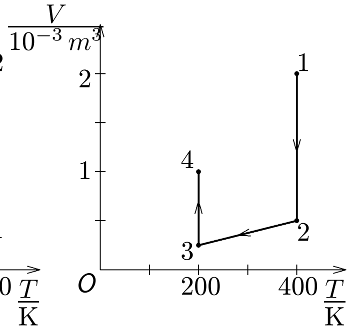
b)



2 body



2 body



2 body

3. a) Teplo odevzdané teploměrem: $Q_1 = Ct_1$, **1 bod**

teplo potřebné k roztavení ledu o hmotnosti m_1: $Q_2 = m_1 l_t$ .e **1 bod**

Platí: $Q_1 = Q_2$ odtud $C = \frac{m_1 l_t}{t_1} = 415\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$. **1 bod**

b) Po ponoření teploměru předá rtuť teplo Q_3: $Q_3 = m_2 c_{Hg}(t_2 - t)$, **1 bod**

teploměr přijme teplo Q_4: $Q_4 = Ct$. **1 bod**

Platí $Q_3 = Q_4$, odtud po dosazení určíme teplotu t:

$$t = \frac{m_2 c_{Hg} t_2}{C + m_2 c_{Hg}} \doteq 9{,}4\ {}^\circ\mathrm{C}\,.$$

1 bod

c) Rtuť a nádoba předají teploměru teplo Q_5:

$$Q_5 = (C_1 + m_2 c_{Hg})(t_2 - t)\,,$$

1 bod

teploměr přijme teplo Q_6: $Q_6 = Ct$. **1 bod**

Platí $Q_5 = Q_6$; odtud po dosazení určíme teplotu t:

$$t = \frac{t_2(C_1 + m_2 c_{Hg})}{C + C_1 + m_2 c_{Hg}} \doteq 10\ {}^\circ\mathrm{C}\,.$$

2 body

4. a) Dobu kmitu určíme ze vztahu:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}\,, \quad \text{kde} \quad J = \frac{mR^2}{2} + mR^2\,; \quad d = R\,.$$

Po dosazení: $T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} = 0{,}78$ s **2 body**

b) Redukovanou délku l' určíme ze vztahu:

$$2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}\,, \quad \text{odtud} \quad l' = \frac{3R}{2} = 0{,}15\ \text{m}\,.$$ **2 body**

c) Po vyříznutí kruhu se středem S a poloměrem $r = R/2$ se poloha těžiště vzniklého útvaru

nezmění. Moment setrvačnosti útvaru vzhledem k těžišti je:

$$J_T = \frac{1}{2}mR^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{4}\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{15}{32}mR^2\,.$$ **2 body**

Moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení určíme pomocí Steinerovy věty:

$$J_1 = J_T + \frac{3}{4}mR^2 = \frac{39}{32}mR^2\,.$$

Vypočítáme dobu kmitu: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_1}{0{,}75mgR}}$,

po dosazení $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{13R}{8g}} = \pi\sqrt{\dfrac{13R}{2g}} \doteq 0{,}81\ \text{s}\,.$ **2 body**

d) Redukovanou délku l_1 určíme porovnáním dob kmitu:

$$2\pi\sqrt{\frac{13R}{8g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\,, \quad \text{odtud} \quad l_1 = \frac{13R}{8} \doteq 0{,}16\ \text{m}\,.$$ **2 body**

Autorka úloh: RNDr. R. Horáková