Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky
VŠP, V. Nejedlého 573, 500 03 Hradec Králové

Teoretické úlohy celostátního kola 36. ročníku FO

1. Plný pryžový míček uvolněný ve výšce $h_0 = 160$ cm vyskočil po odrazu od betonové podlahy do výšky $h = 105$ cm. Strop místnosti je také betonový a jeho výška nad podlahou je $H = 2{,}50$ m. Podruhé byl míček vržen z výšky h_0 svisle dolů takovou rychlostí, že po prvním odrazu od podlahy se jedenkrát také odrazil od stropu, ale po druhém odrazu od podlahy vystoupil jen do výšky $h_1 = 200$ cm.

   a) Propočítejte, jak se měnila velikost rychlosti míčku v závislosti na čase od počátku vrhu až do čtvrtého odrazu od podlahy.

   b) Sestrojte graf této závislosti.

   c) Určete, jak dlouho po druhém odrazu od podlahy míček ještě poskakoval.

   Odpor vzduchu a průměr míčku zanedbáváme, koeficient restituce (poměr velikosti rychlosti těsně po odrazu a velikosti rychlosti těsně před odrazem) je u podlahy i u stropu při všech odrazech stejný, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. Měděné vinutí o hmotnosti m dokonale tepelně izolované od okolí mělo při teplotě t_1 odpor R_1. Měrná tepelná kapacita mědi je c. Po připojení ke zdroji o elektromotorickém napětí U_e a zanedbatelném vnitřním odporu se teplota t vinutí měnila v závislosti na době τ, po kterou procházel elektrický proud. Určete tuto závislost a sestrojte její graf v intervalu $\langle 0,\ \tau_1 \rangle$. Předpokládáme, že v daném intervalu lze závislost odporu na teplotě vyjádřit vztahem

   $$R = R_0(1 + \alpha t)\,,$$

   kde R_0 je odpor při teplotě 0 °C a α je teplotní součinitel odporu.

   Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty:

   $m = 4{,}5\ \mathrm{g}\,,\ t_1 = 20\ °\mathrm{C}\,,\ R_1 = 12{,}8\ \Omega\,,\ c = 893\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}\,,\ \tau_1 = 600\ \mathrm{s}\,,$
   $\alpha = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K^{-1}}\,,\ U_e = 5{,}0\ \mathrm{V}\,.$

3. Na obrázku A-1 je znázorněn teoretický pracovní diagram čtyřdobého vznětového (*Dieselova*) motoru. Motor pracuje tak, že do vzduchu, který byl zahřát na vysokou teplotu adiabatickou kompresí (1 – 2), se při expanzi po krátkou dobu vstřikuje palivo, které izobaricky hoří (2 – 3), načež se plyn dále rozpíná adiabaticky (3 – 4) a nakonec opustí pracovní prostor a je nahrazen novým vzduchem (4 – 1 – 5 – 1). Poslední část pracovního cyklu je ekvivalentní izochorickému ději (4 – 1). Podíl $\varepsilon = V_1/V_2$ se nazývá *kompresní poměr* a podíl $\varphi = V_3/V_2$ je *plnicí poměr* motoru.

Předpokládáme, že vzduch a produkty hoření se chovají jako ideální plyn s dvouatomovými molekulami, pro který platí stavová rovnice. Měrná tepelná kapacita takového plynu je $c_V = 2{,}5 R_m/M_m$, kde R_m je molární plynová konstanta a M_m je molární hmotnost plynu. Pro adiabatické děje platí *Poissonův zákon* $pV^\kappa = \text{konst}$, kde $\kappa = c_p/c_V$ je Poissonova konstanta.

a) Stanovte hodnoty stavových veličin p, T v bodech 2, 3 a 4 pracovního diagramu, jsou-li dány hodnoty p_1 a T_1 v bodě 1 a je-li znám kompresní a plnicí poměr motoru.

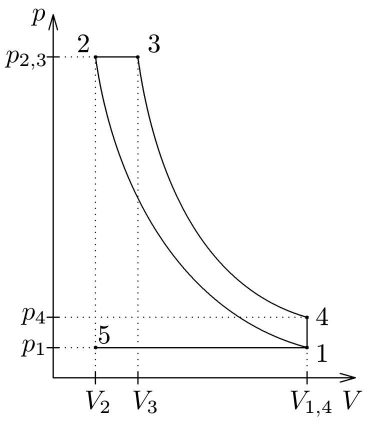
b) Stanovte teplo Q_1 přijaté a teplo Q_2' odevzdané pracovní látkou během jednoho cyklu a určete tomu odpovídající teoretickou účinnost motoru.

c) Dokažte, že pro teoretickou účinnost tohoto motoru platí vztah

$$\eta = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi^\kappa - 1}{\varphi - 1}\,.$$

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $p_1 = 0{,}100$ MPa, $V_1 = 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ m^3, $T_1 = 300$ K, $\kappa = 1{,}40$, $\varepsilon = 20{,}0$, $\varphi = 1{,}80$.

Obr. A-1



4. a) Na obrázku A-2 je schéma uspořádání pokusu pro pozorování Fraunhoferova difrakčního obrazce za dvojicí kruhových otvorů, při kterém na stínítku v ohniskové rovině čočky vznikne řada interferenčních proužků. Na difrakční překážku dopadají rovinné vlnoplochy z velmi vzdáleného bodového zdroje, který leží na optické ose soustavy.

   Doplňte schéma pokusu a vypočítejte vzdálenost δy mezi středem tmavého interferenčního proužku a středem sousedního světlého interferenčního proužku. Průměr a ohybových otvorů je malý v porovnání se vzdáleností b jejich středů. Pro vlnovou délku použitého světla platí $\lambda \ll f$, $\lambda \ll a$. Všechny úhly považujte za malé, tj. $\sin\alpha \doteq \alpha$, $[\alpha] = 1$ radián $\doteq 206\,265"$.

   b) Jak se změní výsledek pokusu, posuneme-li bodový zdroj světla ve směru spojnice ohybových otvorů mimo optickou osu do úhlové vzdálenosti $\vartheta/2$ (obr. A-3)?

   c) Popište výsledek pokusu pro případ, že difrakční překážku osvětlují dva velmi vzdálené stejně silné samostatné bodové zdroje symetricky umístěné vůči ose x. Jejich spojnice je rovnoběžná se spojnicí ohybových otvorů, jejich úhlová vzdálenost ϑ je velmi malá.

   Pro některé hodnoty úhlu ϑ interferenční proužky zmizí. Určete nejmenší hodnotu úhlu ϑ, kdy to nastane.

   d) *Verdet* v roce 1869 shledal, že lze získat pozorovatelný interferenční obrazec, osvětlíme-li přímým slunečním světlem překážku s dvojštěrbinou. Rozteč středů štěrbin však musí být menší než asi 1/20 mm.

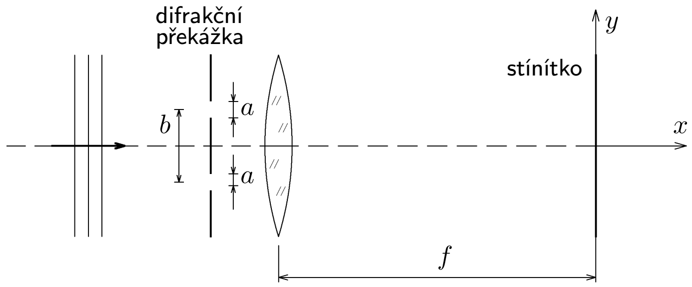
   Objasněte Verdetovo pozorování. Sluneční disk nahraďte dvěma body o efektivní úhlové vzdálenosti $\vartheta = 0{,}38\,d = 0{,}38 \cdot 1919" = 729"$ a o vlnové délce $\lambda = 550$ nm . ($d = 1919" \doteq \frac{1}{2}$ stupně je úhlový průměr Slunce, činitel 0,38 lze vypočítat z průběhu jasu na disku Slunce, jestliže každou polovinu disku nahradíme bodovým zdrojem.)

   e) Při měření úhlových průměrů hvězd se nechají interferovat zpravidla dva svazky s_1, s_2 pocházející z téhož světelného pole. Lze je vytvořit např. sadou zrcadel umístěných před dalekohled, jak ukazuje obrázek A-4.

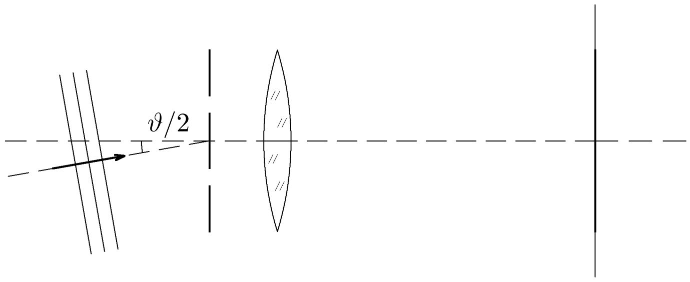
   Michelson tímto zařízením vykonal 13. 12. 1920 první měření úhlového průměru hvězdy (α *Orionis*), a později pak ještě osmi hvězd.

   Vstupní štěrbiny tvořila rovinná zrcátka Z_1 a Z_2. Měla průměr 20 cm a jejich vzdálenost b se mohla měnit od 1 metru do 6 metrů.

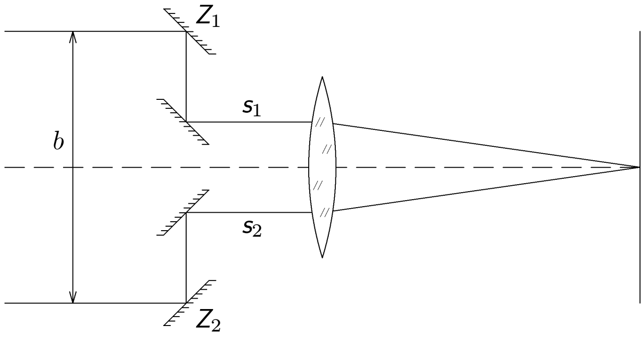
   Odhadněte úhlový průměr d (ve vteřinách) hvězdy α *Herculis*, jestliže k prvnímu zmizení proužků dojde při vzdálenosti $b = 4{,}9$ m zrcadel interferometru. Volte $\lambda = 500$ nm a počítejte, že $\vartheta = 0{,}38 \cdot d$, obdobně jako u disku Slunce.



Obr. A-2



Obr. A-3



Obr. A-4