Úlohy 1. kola 53. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.

1. Váleček na rtuti

Na hladině rtuti v kádince plave kovový váleček, jehož výška je větší než jeho průměr, tak, že osa válečku je rovnoběžná s hladinou. Nad hladinu vyčnívá 37 % jeho objemu.

a) Hustota rtuti je $\varrho_1 = 13\,600\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$. Jaká je hustota ϱ materiálu válečku? Jaká část poloměru válečku vyčnívá nad hladinu rtuti?

b) Jaká část poloměru válečku bude vyčnívat nad hladinu rtuti, když na ni nalijeme vodu o hustotě $\varrho_2 = 1\,000\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ tak, aby byl váleček zcela pod hladinou vody?

Poznámka: Úloha vede k rovnicím, které je nutno řešit numerickými metodami.

2. Družice na oběžné dráze

Družice se nachází na kruhové oběžné dráze ve výšce $h_1 = 300$ km nad povrchem Země.

a) Jaká je velikost v_0 její rychlosti a oběžná doba T_0?

b) Na jakou hodnotu v_1 je třeba snížit velikost rychlosti družice pomocí malého raketového motoru, aby družice přešla na eliptickou dráhu s minimální výškou nad zemským povrchem $h_2 = 250$ km?

c) Jak se změní oběžná doba družice?

Úlohu řešte obecně a pak pro dané hodnoty h_1 a h_2. Poloměr zemského povrchu $R = 6\,370$ km, gravitační konstanta $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{kg}^{-2} \cdot \mathrm{m}^2$, hmotnost Země $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.

3. Tři kalorimetry

Do kalorimetru se zanedbatelnou tepelnou kapacitou, ve kterém je nalita voda o hmotnosti M a teplotě t_v, vhodíme kousky ledu o celkové hmotnosti m a teplotě t_L.

a) Proveďte úplnou diskusi, jaký rovnovážný stav se v kalorimetru ustálí v závislosti na hodnotách uvedených veličin.

Máme tři stejné kalorimetry, jejichž tepelná kapacita je zanedbatelná. Do každého z těchto kalorimetrů nalijeme vodu o hmotnosti M a stejné teplotě t_v. Pak do každého kalorimetru nasypeme kousky ledu opět o stejné teplotě t_L, a to tak, že do prvního kalorimetru nasypeme kousky ledu o celkové hmotnosti $m_1 = M$, do druhého kousky ledu o celkové hmotnosti $m_2 = \frac{M}{2}$ a do třetího $m_3 = 2M$. Po dosažení rovnovážného stavu se hmotnost ledu v prvním kalorimetru nezmění, ve druhém bude $m_2' = 0{,}9m_2$ ledu, hmotnost ledu m_3' ve třetím kalorimetru neznáme.

b) Z uvedených údajů určete teploty t_v a t_L.

c) Určete, jaký rovnovážný stav se ustálí ve třetím kalorimetru.

Měrná tepelná kapacita vody je $c_\mathrm{v} = 4\,200\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita ledu je $c_\mathrm{L} = 2\,100\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu je $l_\mathrm{t} = 334\,000\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}}$, teplota tání ledu je $t_\mathrm{t} = 0\ ^\circ\mathrm{C}$.

Tepelnou výměnu s okolím zanedbejte.

4. Hrátky s kondenzátory

Máme dva stejné deskové kondenzátory s kapacitou $C = 100$ pF, jejichž dielektrikem je vzduch, a zdroj vysokého napětí s elektromotorickým napětím $U_\mathrm{e} = 10$ kV.

a) Kondenzátory zapojíme sériově, připojíme ke zdroji napětí a zdroj odpojíme. Jak se změní intenzita elektrického pole mezi deskami jednoho z kondenzátorů, jestliže vzdálenost mezi jeho deskami pomalu zvětšíme 3krát? Jakou práci přitom musíme vykonat?

b) Kondenzátory zapojíme paralelně, připojíme ke zdroji napětí a zdroj odpojíme. Jak se změní intenzita elektrického pole mezi deskami jednoho z kondenzátorů, jestliže vzdálenost mezi jeho deskami pomalu zvětšíme 3krát? Jakou práci přitom musíme vykonat?

c) Jak se změní výsledky úloh a) a b), jestliže zdroj po nabití baterie kondenzátorů necháme připojen?

Poznámka: Jestliže změnu vzdálenosti mezi deskami provádíme dostatečně pomalu, můžeme zanedbat ztráty způsobené zahřátím vodičů Joulovým teplem. (Pro Joulovo teplo platí: $Q_\mathrm{j} = RI^2t = R\frac{(\Delta q)^2}{t}$.)

5. Dvě baterie

Máme dvě baterie, každá se skládá z pěti článků zapojených do série. Elektromotorické napětí každého článku je $U_\mathrm{e} = 1{,}2$ V. Druhá baterie má jeden článek vadný, jeho vnitřní odpor je $R_\mathrm{i}' = 4{,}0\ \Omega$. Každý ze zbývajících článků má vnitřní odpor $R_\mathrm{i} = 0{,}2\ \Omega$. K baterii připojíme rezistor s odporem $R = 6{,}0\ \Omega$.

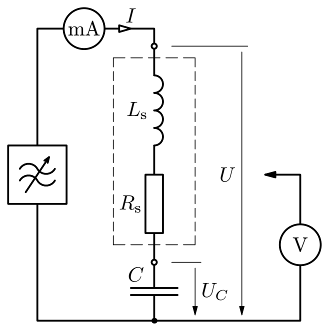
a) Určete příkon P_1 rezistoru a účinnost η_1, jestliže rezistor připojíme k první baterii.
b) Určete příkon P_2 rezistoru a účinnost η_2, jestliže rezistor připojíme k druhé baterii.
c) Určete příkon P_2' rezistoru a účinnost η_2', jestliže rezistor připojíme k druhé baterii a vadný článek vodičem přemostíme.
d) Určete odpor rezistoru, na němž po připojení k druhé baterii dostaneme větší příkon při přemostění vadného článku baterie než bez přemostění.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

6. *Praktická úloha:* **Frekvenční charakteristiky indukčnosti a rezistance cívky**

Teorie

Reálná cívka má v nízkofrekvenčním obvodu s harmonickým střídavým proudem stejné vlastnosti jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L_s a ideálního rezistoru o rezistanci R_s. Reálný kondenzátor se v nízkofrekvenčním obvodu chová téměř jako ideální kondenzátor o kapacitě C. Spojíme-li cívku s kondenzátorem do série, dostaneme sériový rezonanční jednobran, jehož připojením k nízkofrekvenčnímu generátoru vznikne rezonanční obvod (obr. 1).



Obr. 1

Při rezonanční frekvenci f_r prochází obvodem největší proud I_r a na rezonančním jednobranu naměříme nejmenší napětí U_r. (Vzniká velký úbytek napětí na vnitřním odporu generátoru.) Na kondenzátoru naměříme při rezonanci napětí $U_{Cr} > U_r$. Přitom platí vztahy:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C}}, \qquad L_s = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 C}, \qquad Z_r = \frac{U_r}{I_r} = R_s, \qquad \frac{U_{Cr}}{U_r} = \frac{\omega_r L_s}{R_s} = Q,$$

kde Z_r je rezonanční impedance a Q činitel jakosti obvodu. Rezonanční frekvenci obvodu můžeme měnit zapojováním kondenzátorů s různou kapacitou.

Úkoly

a) Veličiny L_s, R_s, které charakterizují cívku, nejsou konstantní, ale závisí na frekvenci. Určete tuto závislost u cívky 1200 závitů z rozkladného transformátoru s rovným jádrem.
b) Ověřte, že při rezonanci platí $\dfrac{U_{Cr}}{U_r} = \dfrac{\omega_r L_s}{R_s}$.

Provedení úlohy

Sestavte obvod podle obr. 1 a na generátoru nastavte rezonanční frekvenci, při které celkové napětí rezonančního jednobranu dosáhne výrazného minima U_r a proud naopak bude maximální. (Pro snadnější nalezení rezonance je vhodné, aby voltmetr byl v ručkovém provedení.) Změřte rezonanční proud I_r a napětí na kondenzátoru $U_{C\mathrm{r}}$. Měření opakujte pro různé kapacity kondenzátoru v rozsahu 10 nF až 10 μF. Kapacity pokud možno přeměřte, protože se vyrábějí s velkou tolerancí. Pro jednotlivé rezonanční frekvence vypočítejte L_s, R_s, $Q_1 = \dfrac{\omega_\mathrm{r} L_\mathrm{s}}{R_\mathrm{s}}$ a $Q_2 = \dfrac{U_{C\mathrm{r}}}{U_\mathrm{r}}$. Naměřené a vypočítané hodnoty zapište do tabulky:

C/nF				
$f_\mathrm{r}/\mathrm{kHz}$				
U_r/V				
I_r/mA				
$U_{C\mathrm{r}}/\mathrm{V}$				
L_s/H				
R_s/Ω				
Q_1				
Q_2				

Ověřte, že $Q_1 = Q_2 = Q$, a nakreslete grafy závislosti veličin L_s, R_s a Q na frekvenci. Je vhodné volit na vodorovné ose logaritmickou stupnici. Průběhy grafů popište.

7. Těleso na podložce

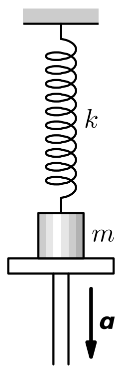
Na vodorovné podložce leží těleso hmotnosti m, připevněné ke svisle zavěšené pružině o tuhosti k. Pružina není na počátku deformována. Podložka se začne pohybovat směrem dolů se zrychlením $\boldsymbol{a}$ (obr. 2). Určete:

a) za jakou dobu t se těleso oddělí od podložky,

b) o jakou největší délku y_0 se pružina prodlouží,

c) jaká bude amplituda y_m vzniklých kmitů,

d) jaká bude největší rychlost v_m kmitajícího závaží.



Obr. 2