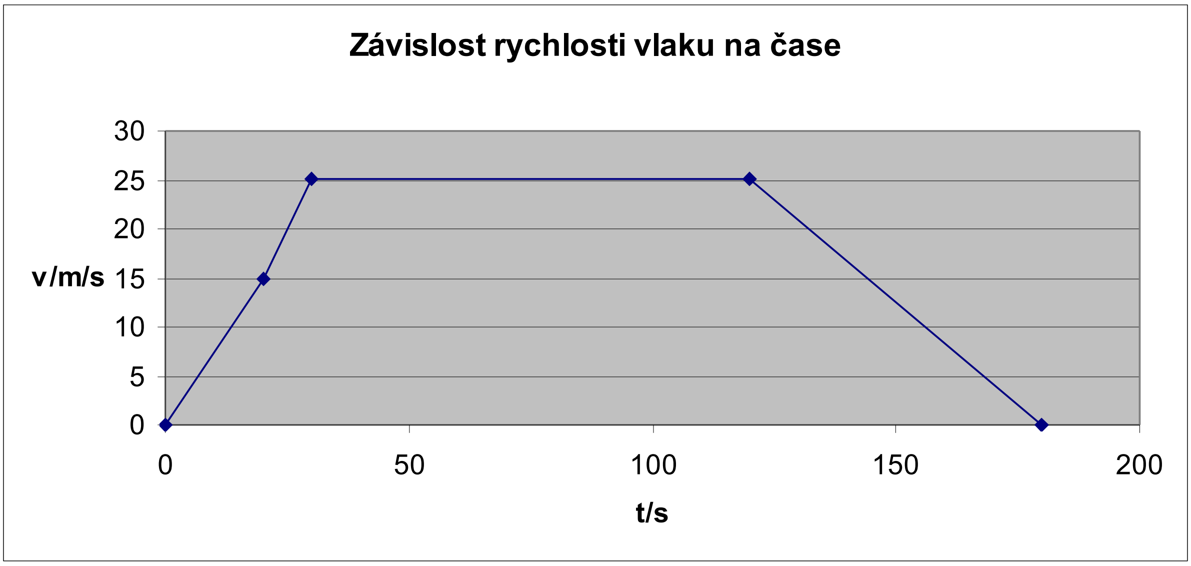
Řešení úloh 1. kola 48. ročníku FO. *Kategorie E a F*

1. úloha:

a)



b) $s_1 = v_{p1}.t_1 = 7{,}5.20 = 150$ m

c) $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = v_{p1}.t_1 + v_{p2}.t_2 + v_3.t_3 + v_{p4}.t_4 = 150 + 20.10 + 25.90 + 12{,}5.60 = 3350$ m

d)

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{3350}{180} = 18{,}6\ m/s = 67\ km/h$$

<u>2. úloha:</u>
25. poschodí je ve výšce: 6 + 3,5.24 = 90 m
b) Potenciální energie tíhová šroubováku se přemění na energii kinetickou; platí

$\frac{1}{2}m.v^2 = m.g.h$ odtud $v = \sqrt{2.h.g} = \sqrt{1800} = 42\ m/s = 150\ km/h$

c)

$$v = \frac{h}{t} = \frac{90}{150} = 0,6\ m/s = 2,2\ km/h$$

d) 35. patro je ve výšce $h_1 = 6 + 3,5.34 = 125$ m

Potřebná rychlost při odpálení svisle vzhůru $v_1 = \sqrt{2.h_1.g} = 50 m/s$ < 65 m/s
(Lze vypočítat, že golfista musí odpálit míček alespoň pod úhlem 51°)

e) Řekněme, že ostrov má tvar kruhu. Pak poloměr tohoto kruhu je

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{640}{\pi}} = 14,3km$$;

protože město Singapur je na kraji ostrova, musí pozorovatel dohlédnout do vzdálenosti 28 km, což je za dobré viditelnosti docela určitě možné. Bránit ve výhledu asi bude nejvyšší hora ostrova o výšce 155 m.
(Lze spočítat, že když vezmeme v úvahu zakřivení zemského povrchu a budeme předpokládat, že je dokonale hladký, stačila by rozhledna o výšce 16 m stojící uprostřed ostrova k jeho úplnému přehlédnutí)

<u>3. úloha</u>

Přibližné vzdálenosti mezi městy v kilometrech: Londýn – 900 – Berlín – 1200 – Kyjev – 3880 – Islamabád – 760 – Dillí – 1320 – Kalkata – 2560 – Kuala Lumpur – 300 – Singapur.
Celkem: 10 920 km = 6785 mil (britských)
Zpáteční cesta:
Singapur – 300 – Kuala Lumpur – 5560 – Dubai – 2080 – Damašek – 880 – Ankara – 760 – Bukurešť – 640 – Budapešť – 220 – Vídeň – 350 – Mnichov – 650 – Rotterdam – 320 – Londýn.
Celkem: 11760 km = 7307 mil (britských)

b) Doba letu Londýn – Singapur byla: 19h 50´ - 6h na časové posunutí = 11h50´
Doba letu Singapur – Londýn byla: 6h46´ + 6h na časové posunutí = 14h46´

c) průměrná rychlost tam:

$$v_p = \frac{10920km}{11,83h} = 923km/h$$

průměrná rychlost zpět:

$$v_p = \frac{11760km}{14,77h} = 796km/h$$

4. úloha:

a) Singapur: 103°50´ E (východní délky); 1°10´N (severní šířky)
Pontianak: 109°20´E; 0°N
Samarinda: 117°10´E; 0°30´N
Sandakan: 118°10´E; 5°50´N
Bandar Seri Begawan: 114°50´E; 4°50´N

b) Singapur – Pontianak: 620 km
Pontianak – Samarinda: 870 km
Samarinda – Sandakan: 710 km
Sandakan – Bandar Seri Begawan: 360 km
Bandar Seri Begawan – Singapur: 1280 km

c) doba letu Pontianak – Samarinda: $t = \frac{s}{v} = \frac{870}{250} = 3{,}48h$ přestávka 1,5h

Samarinda – Sandakan: $t = \frac{s}{v} = \frac{710}{250} = 2{,}84h$ přestávka 1,5h

Sandakan – Bandar Seri Begawan: $t = \frac{s}{v} = \frac{360}{250} = 1{,}44h$ přestávka 1,5h

Bandar Seri Begawan – Pontianak: $t = \frac{s}{v} = \frac{830}{250} = 3{,}32h$

Celková doba letu: 12,08h + 4,5h na přestávky = 16,58 h. Filmování se stihnout v jednom dni nedá.

d) Když se režisér musí vrátit přímo do Singapuru, poletí

Bandar Seri Begawan – Singapur: $t = \frac{s}{v} = \frac{1280}{250} = 5{,}1h$, což je téměř stejná doba, jako doba letu přes Pontianak.

Dorazí tak do Singapuru dříve o dobu přestávky tj. o 1,5 h.

<u>5. úloha:</u>

b) V době rovnodennosti je výška Slunce nad obzorem v pravé poledne 90° - 50°12´ = 39,8°

Délka stínu x = h.tg 50°12´= 180 m

c) Při slunovratu je výška Slunce nad obzorem v pravé poledne:
90°- 50°12´ + 23°27´ = 63°15´

Délka stínu x = h . tg 26°45´ = 75 m

d) Z podobnosti trojúhelníků; poměr délky svisle postavené tyče a jejího stínu musí být stejný, jako poměr výšky vysílače k délce jeho stínu.

e) Délka stínu vysílače je 190 m . $tg\alpha = \frac{190}{250} = 0{,}76 \Rightarrow \alpha = 38°$. To odpovídá výšce Slunce nad obzorem 38°.
Výšku stožáru nelze přímo změřit, souřadnicový systém je spojen se zemským povrchem.

<u>6.úloha:</u>

b) 1 palec(inch) = 0,0254 m
Rozměry desek: 70.2,54 = 177,8 cm
150.2,54 = 381 cm
0,2.2,54 = 0,51 cm

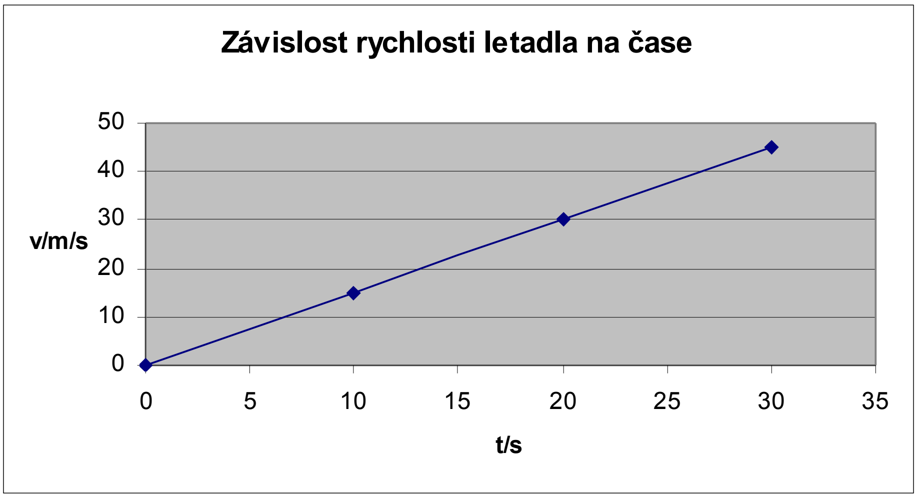
Délka oblouku, který přísluší úhlu 160° je
$\frac{160}{180}.\pi.r = 41{,}86m$

Po obvodu lze rozložit $\frac{41{,}86}{1{,}778} = 23{,}5$ tedy 23 desek, mezi kterými budou asi 4 cm mezery.
Desky jsou ovšem rovinné, nikoli prohnuté do oblouku. Z rovnoramenného trojúhelníku o základně rovné šířce desky a rameni o velikosti poloměru válce plyne, že
$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}889}{15} = 0{,}0593 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 3{,}4°$ α = 6,8° Desek tedy může být $\frac{160}{6{,}8} = 23{,}5$.

c) Objem desky V = 1,778.3,81.0,051 = 0,0345 m^3
Hmotnost desky: m = ρ.V = 2600.0,0345 = 89,8 kg pro desku ze skla
Takovou desku by 4 lidé měli unést.
d) 23 skleněných desek váží: 23.89,8 kg = 2065,4 kg
Stačí tedy jedno auto o nosnosti 5 tun.

<u>7. úloha:</u>

a) 162 km/h = 45 m/s



b) Dráha s = v_p.t = 22,5.30 = 675 m. Dráhu lze rovněž určit jako obsah trojúhelníka v grafu závislosti rychlosti na čase.
c) 864 km/h = 240 m/s
Jestliže letadlo zvyšuje svojí rychlost každou sekundu o 1,5 m/s, pak rychlosti 240 m/s dosáhne za $\frac{240}{1,5} = 160s$ od startu.
d) Celková dráha od startu: s = v_p .t = 120.160 = 19 200m
Dráha ve vzduchu: l = 19 200 – 675 = 18 525 m
Letadlo se bude nacházet ve výšce: h = l.sin18° = 18525.sin18° = 5725 m

<u>8. úloha:</u>

Možný objem vody v bazénu: 1,8 . 6 . 1,25 = 13,5 m^3
Objem vody v listopadu: 1,8 . 6 . 0,5 = 5,4 m^3.
a) 3 hl vody 80°C teplé dodají teplo Q = m.c.Δt = 300.4180.80 = 1,003.10^8 J = 100,3 MJ
Je to vlastně skupenské teplo tání, takže v bazénu bylo m = $\frac{Q}{l_t} = \frac{100,3}{0,334} = 300,3kg$ ledu.
Tloušťka ledu: x = $\frac{m}{\rho.a.b} = \frac{300,3}{917.1,8.6} = 0,030m = 3,0cm$.
b) Hmotnost ledu, který roztaje bude m = $\frac{P.t}{l_t} = \frac{4.1200.6.3600}{334000} = 310$ kg ledu
Tloušťka ledu: x = $\frac{m}{\rho.a.b} = \frac{310}{917.1,8.6} = 0,031m = 3,1cm$

c) Podle kalorimetrické rovnice: $m_1.c.(t_1 - t) = L_t + m_2.c.(t - t_0)$

Všechen led roztaje a voda v bazénu se ohřeje na teplotu

$$t = \frac{m_1.c.t_1 - L_t}{(m_1 + m_2).c} = \frac{450.4180.80 - 1{,}003.10^8}{(450 + 5400).4180} = 2{,}05°C$$

d) Po 6 hodinách se začne ohřívat voda.
Vařiče dodají teplo Q = P.t = m.c.Δt.
Voda se ohřeje o

$$\Delta t = \frac{P.t}{m.c} = \frac{4.1200.2.3600}{5400.4180} = 1{,}5°C$$

<u>10. úloha:</u>
Příklad měření:
a) Délky vlaků metodou Měření: 180m; 960m;710m;830m.
b, c)

Na 1°severní šířky připadá $\frac{2.\pi.6371}{360} km = 111{,}19 km$ na 1´připadá 1,85 km,
na 1´´ připadá tedy 30,9 m
Délka 49,5 rovnoběžky je: l = 2.π.R.cosφ = 2.π.6371.cos49,5°= 25 997,5 km
Na 1° připadá 72,2 km, na 1´připadá 1,2036 km
na 1´´ připadá tedy 20,1 m.

Vlak	1	2	3	4
N1/° sev.šířka 1.konce	49°28´50,9´´	49°29´8,5´´	49°28´51,3´´	49°28´54,8´´
N2/° sev.šířka 2.konce	49°28´47,0´´	49°28´46,9´´	49°28´35,8´´	49°28´36,7´´
E1/° vých.délka 1.konce	17°20´23,4´´	17°19´54,0´´	17°20´21,0´´	17°20´14,9´´
E2/° vých.délka 2.konce	17°20´30,0´´	17°20´29,0´´	17°20´46,9´´	17°20´45,0´´
Úhlový rozdíl šířek ΔN/°	3,9´´	21,6´´	15,5´´	18,1´´
Úhlový rozdíl délek ΔE/°	6,6´´	35,0´´	25,9“	30,1´´
Severojižní souřadnice ΔN/m	120,31	667,44	478,95	559,29
Východozápadní souřadnice ΔE/m	132,66	703,5	520,6	605,0
Délka vlaku $\frac{\sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}}{m}$	180	970	710	820

d) Kdyby tato situace opravdu nastala, museli bychom odečíst nebo přičíst vzdálenost, kterou vlak urazí, než stihneme udělat značku, tedy např. 15.5 = 75 m.

<u>11.úloha:</u>
Plocha 1 zrnka : 0,25 mm^2.
a) Plocha Sahary je 8.10^6 km^2 = 8.10^{18} mm^2 $\approx 32.10^{18}$ zrnek.
Vrstvu bude tvořit $\frac{6.10^{23}}{32.10^{18}}$ = 18 750 zrnek, tedy asi 9,4 m.
Výsledek se zdá celkem reálný.
b)
Doba odkapávání: $\frac{6.10^{23}}{10^6}$ = 6.10^{17} s = $1,9.10^{10}$ let, tedy 19 miliard let, což je doba větší, než stáří celého vesmíru.
c) m = ρ.V.N_A = ρ.a^3.N_A = 2000.$(0,0005)^3$.6.10^{23} = $1,5.10^{17}$ kg >> 0,029 kg (6.10^{18} x)

<u>12. úloha:</u>
a) Z rovnosti vztlakové a tíhové síly: a.b.x.ρ.g = m.g + V.ρ_l.g

$$x = \frac{m+V.\rho_l}{\rho.a.b} = \frac{1500+12.15.1,2.910}{1030.15.12} = 1,068m$$

To je 89%.

b) $$x = \frac{m+m_1+V.\rho_l}{\rho.a.b} = \frac{1500+1800+12.15.1,2.910}{1030.15.12} = 1,078m$$

To je 90%. Polárníci nebudou mít problémy s namočením, pokud je ovšem vrtulník nesmete proudem vzduchu.
c) m = V.ρ - V.ρ_l = 15.12.1,2.(1030 – 910) = 25 920 kg

<u>13.úloha:</u>
Poměr hmotností měděného a hliníkového vodiče: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1.l.S}{\rho_2.l.S} = \frac{8960}{2700} = 3,32$

Poměr odporu hliníkového a měděného vodiče: $\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2.\frac{l}{S}}{\rho_1.\frac{l}{S}} = \frac{0,0245}{0,0155} = 1,58$

<u>14.úloha:</u>

V rybníce je 6.10^6 m^3 = 6.10^{12} cm^3
0,35g NaCl obsahuje $\frac{0,35}{58,5}.6.10^{23} = 3,6.10^{21}$ molekul;
v každém cm^3 tedy bude $\frac{3,6.10^{21}}{6.10^{12}}6.10^8$ = 600 milionů iontů Na^+
b) 6.10^{23} molekul NaCl má hmotnost 58,5 g ; 6.10^8 molekul má tedy hmotnost
$\frac{58,5}{10^{15}} = 5,85.10^{-14}$ g.

c) Hmotnost jedné molekuly NaCl je $\frac{58,5}{6.10^{23}} = 9,75.10^{-26}\,kg$