

Úlohy 1. kola 45. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Cyklista vyšlapal kopec, na vrcholu se otočil a po téže trase se vrátil zpět. Na vrcholu na svém computeru zjistil průměrnou rychlost $v_1 = 16,21 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, computer vynuloval a v cíli opět přečetl průměrnou rychlost jízdy z kopce $v_2 = 44,08 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Druhý cyklista jel stejnou trasu, ale na vrcholu computer nevynuloval. Na vrcholu mu computer ukázal průměrnou rychlost $v'_1 = 15,95 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a v cíli průměrnou rychlost $v'_p = 23,82 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Určete průměrnou rychlost v_p celé jízdy prvního cyklisty.
- Určete průměrnou rychlost v'_2 jízdy z kopce druhého cyklisty.
- Určete pro každého cyklistu poměr doby jízdy do kopce a jízdy z kopce.

Řešte nejprve obecně a pak pro dané hodnoty.

2. Sprinter měl při tréninku na trati délky $s = 100 \text{ m}$ vymezený úsek, na kterém se měl rozbíhat rovnoměrně zrychleným pohybem a dosaženou rychlostí pak pokračovat do cíle. Trenér nejprve stanovil délku zrychleného úseku $s_1 = 36 \text{ m}$ a naměřil na něm čas $t_1 = 9,0 \text{ s}$, podruhé délku $s_2 = 30 \text{ m}$ a naměřil na něm čas $t_2 = 7,0 \text{ s}$.

- Určete dosažené maximální rychlosti v_{m1} , v_{m2} a konečné časy t_{k1} , t_{k2} na celé dráze s .
- Určete maximální rychlost v_{m3} , které by sprinter musel dosáhnout na dráze $s_3 = s_2 = 30 \text{ m}$ a poté udržet do cíle, aby doběhl v konečném čase $t_{k3} = 12,0 \text{ s}$.
- Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase všech tří běhů.
- Určete zrychlení sprintera při rozbíhání v každém z uvedených běhů.

Úlohy a), b) řešte obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

3. Součástí hry ruské kuželky je koule o hmotnosti $m = 2,60 \text{ kg}$ zavěšená na lanku tak, že těžiště koule se nachází ve vzdálenosti $l = 2,58 \text{ m}$ od bodu závěsu (l je součet délky lanka a poloměru koule). Koule byla roztočena tak, že se pohybovala po kružnici ve vodorovné rovině a lanko svíralo se svislým směrem úhel $\alpha = 60^\circ$.

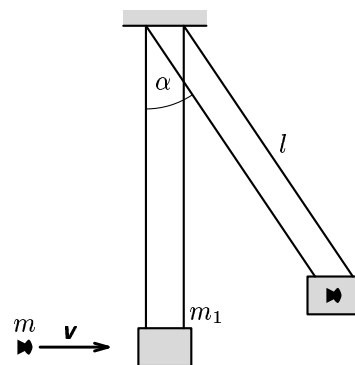
- Určete velikost F síly, kterou je napínáno lanko.
- Určete velikost v obvodové rychlosti koule.

- c) Určete periodu T oběhu koule.
- d) Určete práci W nutnou k uvedení koule zavěšené v klidu do popsaného pohybu.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak obecně s daným úhlem 60° a nakonec číselně pro dané hodnoty l , m a g .

4. K měření rychlosti střely můžeme použít balistické kyvadlo. Při měření rychlosti diaboly vystřelené ze vzduchovky byla použita malá krabička s pískem o celkové hmotnosti $m_1 = 61$ g zavěšená na rovnoběžných vláknech délky $l = 77$ cm. Diabola o hmotnosti $m = 0,52$ g vystřelená ve vodorovném směru uvízla v krabičce a vlákna závěsu se vychýlila o úhel $\alpha = 34^\circ$ (obr. 1).

- a) Určete velikost v rychlosti diaboly po výstřelu.
- b) Určete kinetickou energii diaboly. Z jaké výšky by muselo spadnout těleso o hmotnosti 1 kg, aby mělo při dopadu stejnou kinetickou energii?
- c) Určete, jaká část kinetické energie diaboly se zachovala ve formě mechanické energie.
- d) Určete zrychlení diaboly v hlavni vzduchovky a dobu pohybu diaboly v hlavni, za předpokladu, že pohyb střely v hlavni byl rovnoměrně zrychlený. Délka hlavně je $d = 53$ cm.

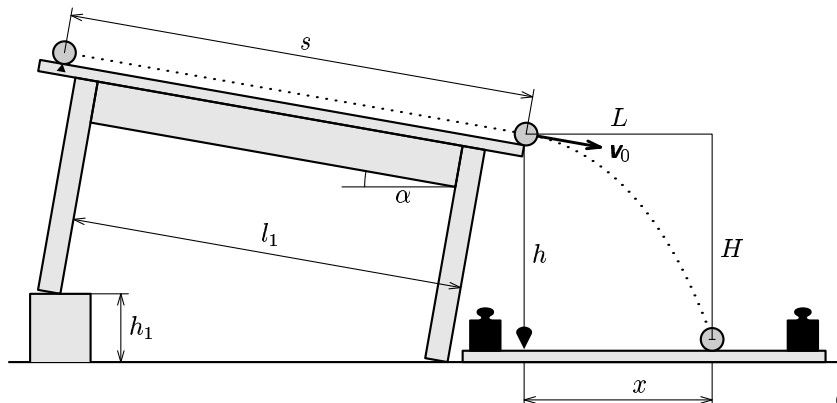


Obr. 1

Řešte obecně a pak pro dané hodnoty. Při obecném řešení části d) považujte velikost v rychlosti vystřelené diaboly za danou.

5. Automobil o hmotnosti $m = 1000$ kg se rozjížděl z klidu po dobu $t_r = 8,0$ s se stálým zrychlením o velikosti $a = 2,0$ m·s⁻².
- a) Určete průměrný výkon P_p při rozjíždění.
 - b) Určete okamžitý výkon P_1 v čase $t_1 = 5,0$ s a okamžitý výkon P_k na konci rozjíždění.
 - c) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu na čase.
 - d) Podruhé se tentýž automobil rozjížděl po stejnou dobu se stálým výkonem P_k určeným v úloze b). Určete velikost konečné rychlosti v_k .
 - e) Sestrojte graf závislosti okamžité rychlosti na čase pro pohyb v úloze d).

6. Praktická úloha: Vrh šikmý dolů



Obr. 2

Pomůcky: nakloněná rovina, ocelová kulička z ložiska (průměr alespoň 2 cm), délkové měřidlo, olovnice, dřevěná deska, kopírovací papír, závaží

Teorie: Provedeme pokus podle obr. 2: Ocelovou kuličku o poloměru r umístíme na horní konec nakloněné roviny délky s se sklonem α a uvolníme. Ze zákona zachování energie pro valivý pohyb kuličky po nakloněné rovině plyne

$$mgs \sin \alpha = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{v_0^2}{r^2} = \frac{7}{10}mv_0^2,$$

kde J je moment setrvačnosti kuličky a ω je její úhlová rychlost na konci nakloněné roviny a v_0 je velikost rychlosti středu kuličky na konci nakloněné roviny, která je počáteční rychlostí následujícího šikmého vrhu. Úpravou dostaneme vztah

$$v_0 = \sqrt{\frac{10}{7}gs \sin \alpha}. \quad (1)$$

Šikmý vrh kuličky probíhá podle kinematických zákonů

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = H - v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2.$$

V okamžiku dopadu je $y = 0$. Řešením kvadratické rovnice určíme dobu letu

$$t_1 = \frac{-v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}.$$

Dosazením dostaneme vztah pro výpočet teoretické délky vrhu

$$L_t = v_0 t_1 \cos \alpha = v_0 \cos \alpha \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} - v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

Skutečnou délku vrhu L a výšku H určíme měřením podle obr. 2. Platí

$$H = h - r(1 - \cos \alpha) \approx h, \quad L = x - r \sin \alpha \approx x.$$

Úkol: Proveďte pokusy podle obr. 2, změřte pokaždé skutečnou délku vrhu L a porovnejte ji s teoretickou délkou L_t vypočtenou pomocí vztahů (1) a (2).

Pokyny k provedení: Nakloněnou rovinu získáme podložením jedné strany žakovského stolku pomocí špalíků výšky h_1 alespoň 15 cm. Úhel nakloněné roviny určíme ze vztahu $\sin \alpha = h_1/l_1$, kde l_1 je vzdálenost noh stolku.

Na podlahu položíme dřevěnou desku, abychom ji chránili před dopady kuličky. Na desku natáhneme papír a na krajích jej zatížíme závažími. Do místa předpokládaného dopadu kuličky umístíme kopírovací papír, pomocí kterého dopad zaznamenejme.

Měření opakujte několikrát pro různé hodnoty h_1 a s . Naměřené a vypočtené hodnoty запиšte do tabulky:

$\frac{r}{\text{mm}}$	$\frac{h_1}{\text{cm}}$	$\frac{l_1}{\text{cm}}$	α	$\frac{s}{\text{m}}$	$\frac{v_0}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	$\frac{h}{\text{m}}$	$\frac{x}{\text{m}}$	$\frac{H}{\text{m}}$	$\frac{L}{\text{m}}$	$\frac{L_t}{\text{m}}$	Odchylka %

7. Těleso bylo v homogenním tíhovém poli vrženo šikmo vzhůru tak, že dosáhlo maximální výšky h a dopadlo do vzdálenosti d od místa vrhu. Místo vrhu a místo dopadu leží v téže vodorovné rovině.

- Určete dobu letu t_1 .
- Určete minimální velikost rychlosti $v_{\min}$ a maximální velikost rychlosti $v_{\max}$ během letu.
- Určete elevační úhel vrhu α .
- Určete maximální délku vrhu $d_{\max}$, které lze dosáhnout při stejně velké počáteční rychlosti.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $h = 14,0$ m, $d = 37,0$ m. Odpor vzduchu zanedbejte.