

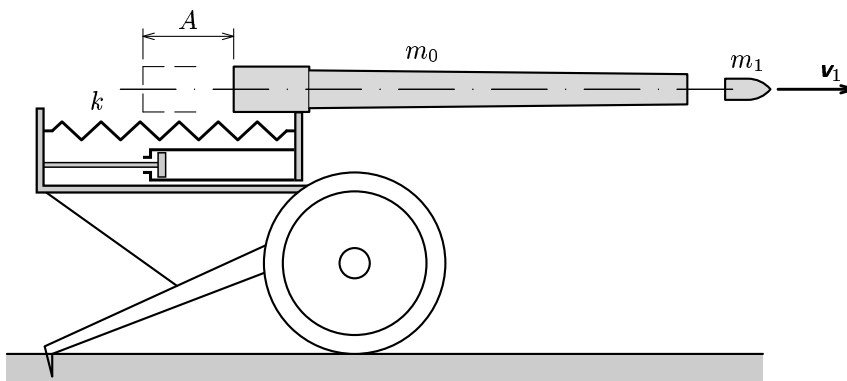
Úlohy 1. kola 44. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Z kanónu s hlavní ve vodorovné poloze (obr. 1) je vystřelena střela o hmotnosti $m_1 = 12,0 \text{ kg}$ počáteční rychlostí o velikosti $v_1 = 850 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Hlaveň a k ní pevně připojené části mají celkovou hmotnost $m_0 = 1600 \text{ kg}$. Hlaveň je pohyblivá a ke zmírnění zpětného rázu je opatřena zákluzovým mechanismem. Pokud by tento mechanismus sestával jen z pružiny o tuhosti $k = 6,50 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, byl by po výstřelu hlavně zákluz A_0 a nedošlo by k pohlcení mechanické energie hlavně. Proto se mechanismus ještě doplňuje olejovým tlumičem. Necht v tomto případě je zákluz $A = \beta A_0$, kde koeficient $\beta = 0,650$. Vypočtěte:

- a) zákluzy A_0 a A ,
- b) energii ΔE_m , kterou pohltí tlumič, vykoná-li hlaveň zákluz A ,
- c) zrychlení a_0 hlavně s tlumičem na konci zákluzu (tedy v bodě obratu).

Předpokládejte, že odporová síla v tlumiči je přímo úměrná rychlosti a že se spodní část děla nepohybuje.



Obr. 1

2. Dvě kosmické lodi A, B se pohybují kolem Země ($R_Z = 6400 \text{ km}$, $M_Z = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) v téže rovině po trajektoriích tvaru soustředných kružnic o poloměrech r_A , $r_B = 6r_A$. Výška lodi A nad povrchem Země je 600 km . Z ní bylo vypuštěno těleso k lodi B po energeticky nejvýhodnější *Hohmannově trajektorii*, která má tvar elipsy dotýkající se obou kružnic. Raketové motory vyslaného tělesa byly v provozu jen krátce po startu z lodi A a pak až krátce před přistáním na lodi B.
 - a) Určete rychlosti a doby oběhu obou kosmických lodí.
 - b) Určete rychlost vypuštěného tělesa těsně po přechodu na eliptickou trajektorii a rychlost, se kterou dorazí k lodi B.
 - c) Určete dobu letu tělesa od lodi A k lodi B.
 - d) Určete polohu lodi B v okamžiku vypuštění tělesa z lodi A a polohu lodi A v okamžiku přistání tělesa na lodi B. K řešení nakreslete situační náčrtek.

3. V dokumentaci motoru Škoda 781.136 pro automobil FAVORIT je uveden *zdvihový objem válce* $V_{\text{dv}} = 322 \text{ cm}^3$ a *kompresní poměr* $\varepsilon = 9,7$. (Zdvihový objem válce je rozdíl maximálního objemu V_{max} a minimálního objemu V_{min} pracovního prostoru válce; kompresní poměr je jejich podíl.)

Děje probíhající v motoru můžeme modelovat kruhovým dějem $ABCD$, při kterém se pracovní látka (vzduch s nepatrným množstvím benzínu) nejprve adiabaticky stlačí z počátečního objemu $V_A = V_{\text{max}}$, počátečního tlaku $p_A = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a počáteční teploty $T_A = 300 \text{ K}$ na objem $V_B = V_{\text{min}}$, tlak p_B a teplotu T_B .

Následuje zážeh a izochorické shoření malého množství benzínu rozptýleného ve vzduchu, při kterém se teplota ve válci zvýší z T_B na T_C a tlak z p_B na p_C . Předpokládejme takové množství benzínu, že $T_C = 3,0 \cdot T_B$.

Pak proběhne adiabatická expanze zahřátého vzduchu se spaliny na počáteční objem $V_D = V_{\text{max}}$, při které se teplota zmenší na T_D a tlak na p_D , a nakonec se vzduch izochoricky ochladí na počáteční stav.

- Určete maximální objem V_{max} a minimální objem V_{min} pracovního prostoru válce. Výsledky zaokrouhlete na cm^3 .
- Určete látkové množství vzduchu ve válci.
- Vypočítejte zbývající hodnoty stavových veličin v bodech B , C a D . Nakreslete ve vhodném měřítku p - V diagram děje. Průběhy adiabat nakreslete jen „od ruky“.
- Pro každý z dějů AB , BC , CD a DA určete změnu vnitřní energie, vykonanou nebo spotřebovanou práci a přijaté nebo odevzdané teplo.
- Určete celkovou práci při jednom proběhnutí cyklu a jeho účinnost.
- Motor je čtyřválcový. Jaký výkon by měl za uvažovaných ideálních podmínek při frekvenci otáčení klikového hřídele $f = 3000 \text{ min}^{-1}$?

Vzduch v pracovním prostoru považujte za ideální plyn s dvouatomovými molekulami, pro jehož vnitřní energii platí $U = \frac{5}{2}nR_mT$. Poissonova konstanta má hodnotu $\kappa = 1,40$; $R_m = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

4. Na stojanu je zavěšena pružina o zanedbatelné hmotnosti zatížená dole masivní miskou o neznámé hmotnosti m_1 . Po vychýlení misky ve svislém směru se celá soustava rozkmitala s periodou T_1 a po delší době se ustálila v rovnovážné poloze. Pak jsme umístili těsně nad misku závaží o známé hmotnosti m_2 a pustili je na misku. Soustava se opět rozkmitala, tentokrát s periodou T_2 .

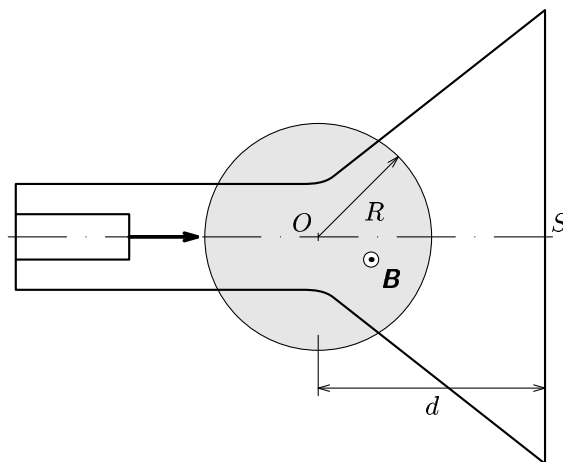
- Určete hmotnost misky m_1 a tuhost pružiny k .
- S jakou amplitudou se miska rozkmitala po uvolnění závaží?
- Jak se měnila tíha, kterou působilo závaží na misku během kmitání? Vyjádřete závislost velikosti této síly na čase a určete poměr její největší a nejmenší hodnoty.

Řešte obecně pro hodnoty $T_1 = 1,50 \text{ s}$, $T_2 = 2,05 \text{ s}$, $m_2 = 1,00 \text{ kg}$.

5. Z elektronové trysky katodové trubice vyletují ve směru osy elektrony urychlené napětím U a procházejí kruhovou oblastí s homogenním magnetickým polem, jehož magnetická indukce $\mathbf{B}$ je kolmá k ose trubice. Poloměr oblasti je R a její střed O leží na ose trubice (obr. 2). Po průchodu magnetickým polem dopadají elektrony na luminiscenční stínítko kolmé k ose trubice, jehož vzdálenost od bodu O je d .

- Jak závisí odchylka y stopy elektronového paprsku od středu stínítka S na velikosti B magnetické indukce?
- Při které velikosti B_1 magnetické indukce platí $|y| = d$?
- V blízkosti středu stínítka je velikost odchylky y přímo úměrná velikosti magnetické indukce, platí $|y| = KB$. Vysvětlete to a určete konstantu úměrnosti K .

Řešte obecně pro hodnoty $U = 1,00 \cdot 10^4 \text{ V}$, $R = 30 \text{ mm}$, $d = 150 \text{ mm}$.



Obr. 2

6. Praktická úloha:

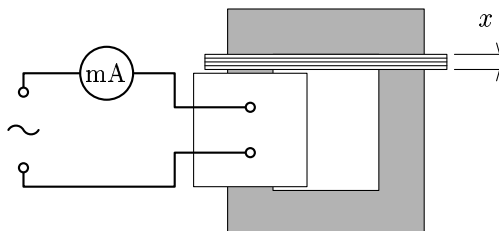
Měření malých posunutí indukčností měřicím převodníkem

Potřeby: Rozkladný transformátor s jednou cívkou (600 nebo 1200 závitů), robustní síťový transformátor s výstupním napětím 5 V, ampérmetr, silnější papír (např. rysovací čtvrtka), mikrometr.

Provedení úlohy:

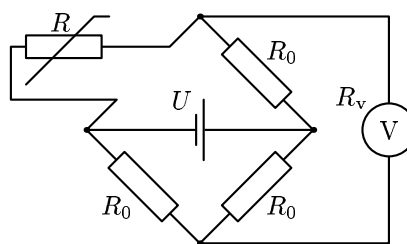
- Z papíru nastříhejte obdélníčky s rozměrem větším než má vrchní odnímatelná část jádra transformátoru. Počet volte tak, aby celková tloušťka všech papírků byla alespoň 4 mm. Mikrometrem změřte tloušťku sloupku ze všech připravených papírků, zjistěte z tohoto měření tloušťku jednoho papírku.
- Sestavte obvod podle obr. 3. Jádro cívky sestavte bez mezery a změřte proud procházející obvodem.
- Podkládejte nyní pod vrchní část jádra transformátoru papírky a měřte proud I v obvodu v závislosti na šířce x mezery mezi sloupky a vrchní částí jádra.

- d) Měření zpracujte tabelárně a graficky v EXCELU a polynomicou regresí získejte polynom 3. stupně, případně 4. stupně, který bude dostatečně přesně popisovat závislost šířky mezery x na naměřeném proudu I .
- e) Vysvětlete, proč se s rostoucí šířkou mezery proud zvětšuje.
- f) Zhodnoťte zdroje chyb zkonstruovaného indukčnostního měřicího převodníku posunutí, navrhněte způsob jejich potlačení. Uveďte rozsah a rozlišovací schopnost tohoto převodníku, jeho přesnost a pokuste se nalézt možná uplatnění.



Obr. 3

7. Na obr. 4 je schéma odporového teplo-
měru v můstkovém zapojení. Můstek je
tvořen třemi rezistory s konstantním od-
porem R_0 a teplotním čidlem z měděného
drátu, které je umístěno v měřeném pro-
storu. Odpor čidla závisí na teplotě podle
vztahu $R = R_0(1 + \alpha t)$, kde α je tep-
lotní součinitel odporu mědi pro vztažnou
teplotu 0°C . Při teplotě 0°C jsou tedy
všechny odpory v můstku stejné. Můstek
je napájen stejnosměrným zdrojem o na-
pětí U , na výstupu je připojen voltmetr
o odporu R_v .



Obr. 4

- a) Vyjádřete napětí voltmetru U_v jako funkci teploty čidla t . Řešte nejprve obecně,
pak pro hodnoty: $R_0 = 1\text{ k}\Omega$, $R_v = 100\text{ k}\Omega$, $\alpha = 4,33 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$, $U = 10\text{ V}$.
- b) Pro dané hodnoty sestrojte graf funkce $U_v(t)$ v intervalu $(-50^\circ\text{C}, 100^\circ\text{C})$.