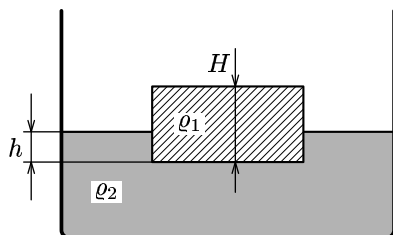


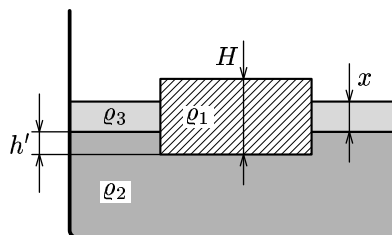
**Úlohy 1. kola 43. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C**

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

1. Ocelový kvádr o hustotě  $\rho_1 = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a výšce  $H = 30 \text{ cm}$  plove na rtuti hustoty  $\rho_2 = 13400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  (obr. 1).



Obr. 1



Obr. 2

- Určete výšku  $h$  ponořené části kvádrů.
- Na rtuť přilijeme pomalu vrstvu vody hustoty  $\rho_3 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  o tloušťce  $x = 5 \text{ cm}$ . Určete novou výšku  $h'$  části kvádrů ponořené ve rtuti (obr. 2).
- Na vrstvu rtuti budeme přilévat vodu tak dlouho, až bude hladina vody ve stejné rovině jako horní podstava kvádrů, tj. kvádr bude celý potopený. Určete v tomto případě tloušťku vrstvy vody  $x_1$ .
- Vysvětlete, co se stane, budeme-li přilévat další vodu.
- Nakreslete graf závislosti výšky ponořené části kvádrů  $h$  ve rtuti na tloušťce vodní vrstvy  $x$  pro  $x \in \langle 0; 1,5x_1 \rangle$ .

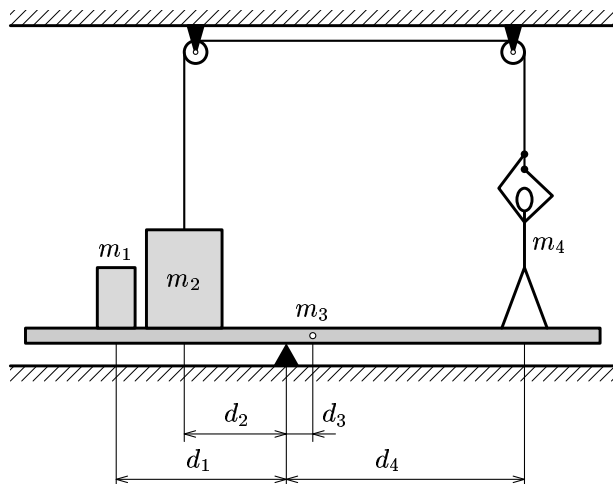
Předpokládejte, že obsah plochy podstavy kvádrů je dostatečně velký, aby se kvádr nepřevrátil. Síly povrchového napětí neuvažujeme.

2. Planetka (2060) *Chiron* byla objevena 18. října 1977. V roce 1989 byla pozorována její kometární aktivita, a tak je od té doby řazena mezi planetky i mezi komety (s označením 95P/Chiron). Má oběžnou dobu kolem Slunce 50,78 roků. 19. února 1996 prošla periheliem ve vzdálenosti 8,51 AU. Předpokládejte, že během současného oběhu nedojde ke změně parametrů dráhy.
- Určete délky velké a malé poloosy trajektorie Chironu a jeho vzdálenost od Slunce v aféliu.
  - Jakou rychlost má Chiron v periheliu a jakou v aféliu?
  - Určete obsah plochy omezené trajektorií Chironu a jeho plošnou rychlost.
  - V kterém měsíci a roce projde Chiron znovu periheliem?

3. Homogenní trám o hmotnosti  $m_3$  je podepřen ve vzdálenosti  $d_3$  vlevo od svého středu (obr. 3). Na trám jsou vlevo od podpěry položena dvě válcová tělesa o hmotnostech  $m_1$  a  $m_2$ . Jejich svislé osy jsou ve vzdálenostech  $d_1$  a  $d_2$  od podpěry. Ve vzdálenosti  $d_4$  vpravo od podpěry stojí chlapec o hmotnosti  $m_4$ , který tahá za lano vedené přes dvě kladky. Druhý konec lana je připevněn ke středu horní podstavky tělesa s hmotností  $m_2$ . Hmotnost lana považujeme vzhledem k hmotnostem ostatních těles za zanedbatelnou. Lano nad chlapcem i tělesem s hmotností  $m_2$  je svislé.

- Určete, jakou silou působí chlapec na lano, je-li soustava v rovnováze a trám je vodorovný.
- Najděte interval hodnot  $m_4$  (pro zadané hodnoty ostatních veličin), aby chlapec mohl udržet soustavu v rovnováze. Jakými silami je lano napínáno pro hodnoty  $m_4$  z tohoto intervalu?

Řešte obecně, potom pro hodnoty:  $m_1 = 20 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 40 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 20 \text{ kg}$ ,  $m_4 = 50 \text{ kg}$ ,  $d_1 = 5d_3$ ,  $d_2 = 3d_3$ ,  $d_4 = 7d_3$ .



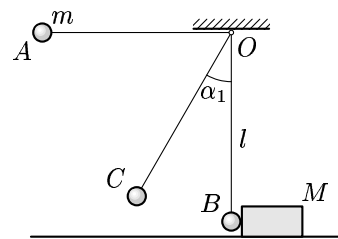
Obr. 3

4. Teplota ohříváče tepelného motoru pracujícího na principu Carnotova cyklu je  $t_1$ , teplota chladiče  $t_2$ . Pracovní látka přijímá od ohříváče průměrný tepelný výkon  $P_1$ . Určete:

- účinnost tepelného motoru,
- průměrný tepelný výkon, který motor odevzdává chladiči,
- pracovní výkon motoru.

Řešte obecně, potom pro hodnoty  $t_1 = 117^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 27^\circ\text{C}$ ,  $P_1 = 60 \text{ kW}$ .

5. Kulička o hmotnosti  $m$  je upevněna na vlákně délky  $l$ , jehož konec je upevněn v bodě  $O$  (obr. 4). Kuličku uvolníme z bodu  $A$ , který se nachází ve stejné výšce jako bod  $O$ . Při svém pohybu narazí v bodě  $B$  na kvádř s hmotností  $M$ , který leží na vodorovné podložce. Po nedokonalé pružné srážce se kulička vychýlí do bodu  $C$ , kterému odpovídá úhel vychýlení vlákna  $\alpha_1$ .



Obr. 4

- Určete rychlost kuličky  $v_1$  těsně před srážkou a rychlost  $v_2$  těsně po srážce s kvádrem.
- Určete vzdálenost  $d$ , do které se posune kvádř po vodorovné podložce, je-li součinitel smykového tření mezi kvádrem a podložkou  $f$ .
- Určete úhel vychýlení vlákna  $\alpha_2$  v případě, že srážka kuličky s kvádrem byla dokonale pružná.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak číselně pro hodnoty

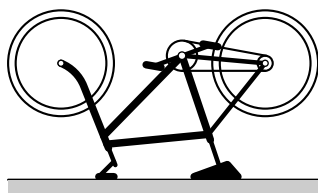
$$m = 0,20 \text{ kg}, M = 0,80 \text{ kg}, l = 1,0 \text{ m}, \alpha_1 = 30^\circ, f = 0,25.$$

**6. Praktická úloha: Určení momentu setrvačnosti předního kola bicyklu**

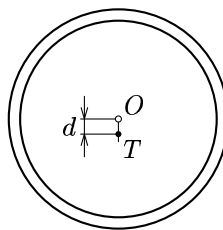
Bicykl převratte na říditka a sedlo, aby se jeho přední kolo mohlo volně pohybovat (obr. 5). I dobře vycentrované kolo má obvykle těžiště poněkud mimo osu a po vychýlení se začne zvolna kývat okolo rovnovážné polohy, ve které se těžiště nachází pod osou. V ideálním případě by tření v ose kola bylo zanedbatelné, kmity by byly netlumené a pro dobu kyvu s malou amplitudou by platilo

$$\tau_0 = \pi \sqrt{\frac{J}{D}} = \pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}, \quad (1)$$

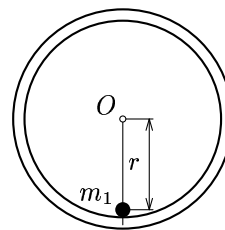
kde  $J$  je moment setrvačnosti kola,  $D$  jeho direkční moment,  $m$  hmotnost kola a  $d$  vzdálenost těžiště kola od osy (obr. 6).



Obr. 5



Obr. 6



Obr. 7

Ve skutečnosti tření v ložiskách existuje a direkční moment dobře vyváženého kola je nepatrný, srovnatelný s momentem brzdících sil v ložiskách. Proto je kývání, pokud k němu vůbec dojde, pomalé a velmi tlumené. Vztah (1) pro ně platí jen přibližně.

Připevníme-li v rovnovážné poloze pod těžiště kola do vzdálenosti  $r$  od osy (nejlépe těsně nad ráfek) přívažek o dostatečně velké hmotnosti  $m_1$  (obr. 7), direkční moment se podstatně zvětší a poněkud se zvětší i moment setrvačnosti. Po vychýlení z rovnovážné polohy o malý úhel začne kolo kývat s dobou kyvu  $\tau_1$  a jeho kmity budou jen málo tlumené. Změníme-li hmotnost přívažku na  $m_2 > m_1$ , doba kyvu se změní na  $\tau_2 < \tau_1$ . Platí

$$\tau_1 = \pi \sqrt{\frac{J + m_1 r^2}{D + m_1 g r}}, \quad \tau_2 = \pi \sqrt{\frac{J + m_2 r^2}{D + m_2 g r}}. \quad (2)$$

Z této soustavy rovnic o neznámých  $J$  a  $D$  odvodíme pro moment setrvačnosti kola vztah:

$$J = \frac{(m_2 - m_1) r g \tau_1^2 \tau_2^2 - \pi^2 r^2 (m_2 \tau_1^2 - m_1 \tau_2^2)}{\pi^2 (\tau_1^2 - \tau_2^2)}. \quad (3)$$

*Úkoly:*

- Zdůvodněte vztahy (2) a odvoďte vztah (3).
- Realizujte popsání měření na bicyklu, který je v dobrém technickém stavu, a vypočítejte moment setrvačnosti jeho předního kola.
- Vyjměte přední kolo z vidlice a zvažte je. Určete jeho hmotnost  $m$  bez osičky. (Hmotnost osičky odhadněte přibližným výpočtem z jejích rozměrů a odečtete od navážené hodnoty.)
- Určete *poloměr setrvačnosti* kola

$$R = \sqrt{\frac{J}{m}},$$

tj. poloměr prstence o stejné hmotnosti a stejném momentu setrvačnosti. Porovnejte ho se skutečným poloměrem kola.

7. Ve větších hloubkách Bajkalského jezera je teplota  $4,0^\circ\text{C}$ ; při hladině byl naměřen tlak  $p_h = 99,4 \text{ kPa}$ .

- Jaká je hustota vzduchové bubliny v hloubce 50 m?
- V jaké hloubce se nachází potápěč, je-li hustota vzduchové bubliny v jeho okolí rovna 0,5 % hustoty okolní vody ( $\rho_v = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )?

Hustota vzduchu za normálních podmínek ( $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ) je  $\rho_0 = 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .