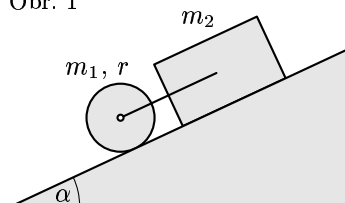


Úlohy 1. kola 43. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

1. Na nakloněné rovině se sklonem α je umístěna spojená soustava válce a kvádru. Válec má hmotnost m_1 , poloměr r a moment setrvačnosti vůči rotační ose $J = \frac{1}{2}m_1r^2$. Osa válce je pomocí dvou tenkých tyčí spojena s kvádrem o hmotnosti m_2 (obr. 1). Tyče jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou, osa válce je v nich volně otáčivá. Součinitel smykového tření mezi povrchy kvádru či válce a nakloněnou rovinou je f . (Obě tělesa jsou ze stejného materiálu.)

Obr. 1



- Stanovte horní mez $f_{\max}$ součinitele smykového tření, při kterém dojde po uvolnění soustavy k jejímu pohybu po nakloněné rovině.
- Vypočítejte zrychlení soustavy a sílu F přenášenou tyčemi za předpokladu, že soustava sjíždí po nakloněné rovině a válec se pohybuje bez prokluzování.
- Určete dolní mez $f_{\min}$ smykového tření, při kterém nedochází k prokluzování válce.

Úlohy a), c) řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty: $\alpha = 25^\circ$, $m_1 = 2,2 \text{ kg}$, $m_2 = 5,0 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V úloze b) počítejte ještě s hodnotou $f = 0,27$.

2. V elektrickém obvodu je zařazen generátor harmonického střídavého napětí o frekvenci f . K němu je sériově zapojen kondenzátor o kapacitě C a cívka, jejíž indukčnost se dá měnit pohybem jádra v intervalu $\langle 0,05 \text{ H}, 0,4 \text{ H} \rangle$. Odpor (rezistanci) cívky lze zanedbat. Efektivní hodnota svorkového napětí nezátíženého generátoru je U ; generátor má vnitřní odpor R_i .
- Určete indukčnost L_1 cívky při které nastane rezonance a obvodem bude procházet maximální proud.
 - Určete, jaké napětí $U_{L\text{rez}}$ bude při rezonanci na cívce.
 - Určete indukčnost L_2 , při které bude na cívce maximální efektivní hodnota napětí $U_{L\max}$.
 - Určete $U_{L\max}$.
 - Nakreslete grafy závislosti efektivní hodnoty napětí U_L na cívce a proudu I , který prochází obvodem, na indukčnosti cívky L .
 - Jak se změní výsledek v části b), jestliže vinutí cívky má odpor R' ?

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $U = 2,0 \text{ V}$, $f = 200 \text{ Hz}$, $R_i = 50 \text{ } \Omega$, $C = 4,0 \text{ } \mu\text{F}$, $R' = 2,5 \text{ } \Omega$.

3. Horkovzdušný balon má objem $V = 2\,200\text{ m}^3$. Hmotnost pláště a koše s posádkou je $m = 450\text{ kg}$. Okolní vzduch má teplotu $t = 27,0\text{ °C}$, atmosférický tlak při zemi je $p_0 = 1,00 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Teplotu vzduchu v balonu budeme velmi pomalu zvyšovat.

- a) Jaká musí být teplota t_{i0} vzduchu uvnitř balonu, aby začal stoupat?
b) Dokažte, že pokud se teplota a složení atmosféry s výškou nemění, závisí atmosférický tlak na výšce h nad zemí podle vztahu

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

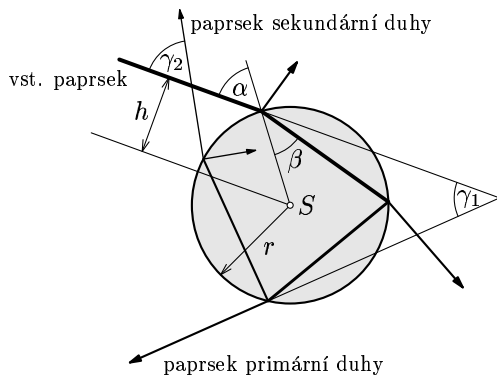
kde M je molární hmotnost vzduchu, R molární plynová konstanta, T termodynamická teplota a g tíhové zrychlení, jehož velikost považujte v oblasti atmosféry za konstantní.

- c) Za tohoto předpokladu určete, jak závisí výška balonu nad zemí na teplotě t_i vzduchu uvnitř balonu, a sestrojte graf této závislosti.

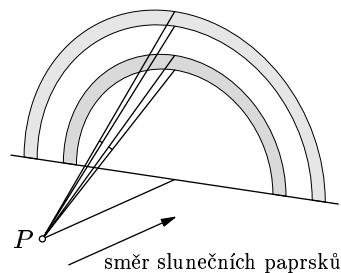
Znečištění vzduchu uvnitř balonu spaliny zanedbejte, tlak vzduchu uvnitř balonu je prakticky stejný jako v okolní atmosféře.

$$M = 28,96\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}, \quad R = 8,315\text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad g = 9,81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

4. Mezi jeden z často pozorovaných úkazů v atmosféře patří duha. Základní princip duhy lze vysvětlit na základě úvah o průchodu světla homogenní kulovou kapkou. Paprsek, který dopadá na vodní kapku, se na jejím povrchu částečně odráží. Z větší části proniká dovnitř. Uvnitř kapky se mnohonásobně odráží od povrchu kapky a při každém odrazu se i částečně láme a vystupuje ven. Pro vznik duhy mají význam paprsky vystupující z kapky při druhém a třetím vnitřním odrazu (obr. 2).



Obr. 2



Obr. 3

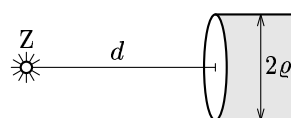
- a) Vyjádřete úhly α, β znázorněné na obr. 2 pomocí záměrného parametru $H = h/r$ a relativního indexu lomu n .
b) Vyjádřete duhové úhly γ_1, γ_2 pomocí úhlů α, β .

- c) Určete funkce $\gamma_1 = \gamma_1(H)$, $\gamma_2 = \gamma_2(H)$ a sestojte jejich grafy pro světlo červené barvy. ($n_f = 1,343$, $n_e = 1,330$.)
- d) Určete obecně, pro která H dosahují funkce $\gamma_1(H)$ a $\gamma_2(H)$ extrémů $\gamma_{1\max}$, $\gamma_{2\min}$ a jaká je jejich hodnota.

Návod: při řešení použijte vztah $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ pro $|x| < 1$.

- e) Zdůvodněte, proč zorný úhel poloměru kružnice určité barvy primární duhy je $\gamma_{1\max}$, sekundární duhy $\gamma_{2\min}$. Určete pořadí barev v primární a sekundární duze a jejich úhlové šířky (obr. 3).

5. Malý radioaktivní zářič obsahující radioaktivní nuklid $^{90}_{38}\text{Sr}$ je umístěn ve vzdálenosti $d = 5,0$ cm od kruhového vstupního okénka scintilačního detektoru na jeho ose souměrnosti (obr. 4). Okénko má poloměr $\varrho = 15$ mm a za dobu $\tau = 100$ s zachytí $N_1 = 1450$ částic β vyslaných zářičem.



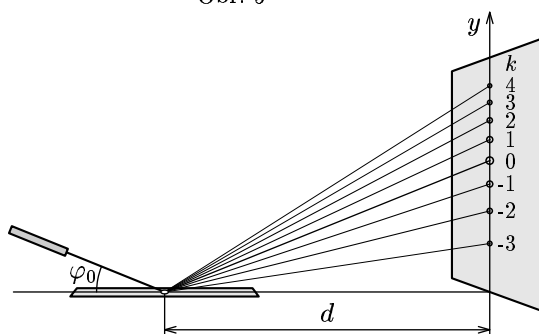
Obr. 4

- a) Jaká je celková aktivita zářiče?
- b) Kolik atomů $^{90}_{38}\text{Sr}$ zářič obsahuje a jaká je jejich celková hmotnost, jestliže relativní atomová hmotnost nuklidu je $A_r = 89,9$ a poločas rozpadu $T = 28$ roků?

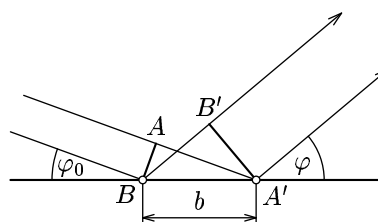
6. Praktická úloha: Měření vlnové délky světla laseru

Teorie: Laserový paprsek si můžeme představit jako zhruba 1 mm široký tok rovinných vlnoploch koherentního monochromatického záření. Dopadá-li šikmo s malou odchylkou φ_0 na vodorovné ocelové měřítko s milimetrovou stupnicí, zasáhne větší počet dílků měřítka. Pravidelně uspořádané lesklé rovinné mezery mezi ryskami se chovají jako optická mřížka na odraz, mřížková konstanta b je rovna vzdálenosti středů sousedních rysek, tedy 1 mm. Na svislém stínítku postaveném nedaleko měřítka vznikne difrakční jev tvořený svislou řadou svítících bodů v rovině dopadu laserového paprsku (obr. 5).

Obr. 5



Obr. 6



Interferenční maxima vznikají ve směrech, ve kterých dráhový rozdíl δ elementárních vlnění vycházejících ze sousedních odrazných plošek je roven celistvému násobku vlnové délky světla. Odchytky světelného paprsku, pro které je to splněno, určíme na základě obr. 6. Platí

$$\delta = |AA'| - |BB'| = b \cos \varphi_0 - b \cos \varphi = k\lambda, \quad \lambda = \frac{b(\cos \varphi_0 - \cos \varphi)}{k}.$$

Celé číslo k se nazývá *řád* interferenčního maxima.

Interferenční maximum se nachází na stínítku ve výši $y = d \tan \varphi$, kde d je vzdálenost stínítka od bodu dopadu laserového paprsku. Z toho určíme $\varphi = \arctg(y/d)$.

Nejjasnější je interferenční maximum nultého řádu, které leží ve směru s odchylkou φ_0 ve výšce $y_0 = d \tan \varphi_0$. Zde je dráhový rozdíl všech elementárních vlnění nulový.

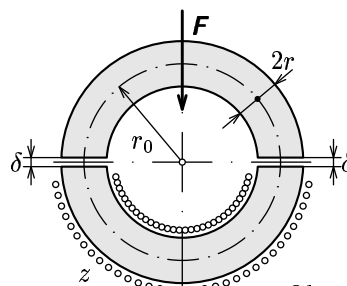
Úkol: Sestavte pokus podle obr. 5 a proměřte parametry difrakčního jevu. Z nich určete vlnovou délku světla použitého laseru. Vzdálenost d stínítka od bodu odrazu volte alespoň 2 m, úhel φ_0 by neměl překročit 5° .

Pomůcky: He-Ne laser nebo laserové ukazovátko, stojan pro jeho upevnění v šikmé poloze, ocelové měřítko (může být použita milimetrová stupnice posuvného měřidla s noniem), stínítko, délková měřidla

Upozornění: Měření smí být provedeno jen s laserem malého výkonu, například s laserovým ukazovátkem. I v takovém případě je nutno vyvarovat se přímého pohledu do laserového paprsku!

Poznámka: Některá laserová ukazovátko vyzařují širší světelný svazek, který se soustřeďuje až ve vzdálenosti několika metrů. V takovém případě je vhodné doplnit ukazovátko spojkou o malé optické mohutnosti, která stopu na stínítku zaostří.

7. Buzený magnetický obvod je zhotoven z železného prstence ve tvaru anuloidu o středovém poloměru $r_0 = 50,0$ mm, jehož kruhový průřez má poloměr $r = 10,0$ mm. Anuloid je v polovině přerušen vzduchovou mezerou o tloušťce $\delta = 2,00$ mm. Dolní část tvoří jádro cívky se $z = 200$ závitů, horní část je kotva (Obr. 7). Závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole je popsána v MFCh tabulkách (tab. 53 ve vydání z r. 1988).



Obr. 7

- Vypočtete proud I , který v magnetickém obvodu vyvolá magnetické pole o indukci $B = 0,750$ T. Jaká indukce bude ve vzduchové mezeře?
- Vypočtete proud I_1 pro případ $\delta_1 = \delta/3$ a proud I_0 pro případ nulové vzduchové mezery ($\delta_0 = 0$) při požadavku stejné magnetické indukce jako v případě a).
- Vypočtete velikosti sil F , F_1 a F_0 , kterými je kotva přitahována k jádru v uvedených případech.