

Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

1. Vlak začne před zastávkou brzdít a na dráze $s_1 = 240$ m rovnoměrně zpomaleným pohybem zastaví za dobu $t_1 = 24$ s. Na zastávce čeká po dobu $t' = 30$ s a poté se rovnoměrně zrychleně rozjíždí tak, že za dobu $t_2 = 16$ s získá stejnou rychlost jako před brzděním.
- Určete počáteční rychlost v_0 vlaku.
 - Určete zrychlení a_2 vlaku při rozjíždění.
 - Určete okamžitou rychlost vlaku v' ve vzdálenosti $\Delta s = 50$ m před místem zastavení.
 - Pro dané hodnoty veličin sestrojte grafy závislosti rychlosti a dráhy na čase.
 - Z grafu závislosti rychlosti na čase určete dráhový náskok, který by vlak získal, kdyby zastávkou projel bez zastavení stálou rychlostí v_0 .

Řešte obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

2. Řidič automobilu chtěl ujet určitou vzdálenost průměrnou rychlostí $v_p = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Na první polovině trasy však byla hustá mlha.
- Řidič byl nucen jet v mlze stálou rychlostí $v_1 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Jakou rychlostí v_2 musí projet druhou polovinu trasy, aby splnil předpokládanou průměrnou rychlost v_p ?
 - Řešte úlohu a) pro $v_1 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - Jakou minimální rychlostí v'_1 musí projet mlhou, nemá-li na druhé polovině trasy překročit maximální povolenou rychlost na silnici $v'_2 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ při dosažení průměrné rychlosti v_p ?
 - Určete, jak se změní doba jízdy vzhledem k původnímu záměru řidiče, jestliže se v mlze pohyboval stálou rychlostí $v_1 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a druhou polovinu trati projel stálou rychlostí $v'_2 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - Určete skutečnou průměrnou rychlost v'_p v případě d).

Úlohy b) až e) řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

3. Po přímých vodorovných kolejích se pohybuje vagón o hmotnosti $m_0 = 40$ t stálou rychlostí $v_0 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a blíží se ke stojící lokomotivě o hmotnosti $m_1 = 60$ t. V okamžiku, kdy se vagón přiblíží na vzdálenost $s_0 = 5,0$ m, začne se lokomotiva ve stejném směru rovnoměrně zrychleným pohybem rozjíždět.
- Jaké musí být minimální zrychlení $a_{\min}$ lokomotivy, aby nedošlo ke srážce?

Lokomotiva se začala rozjíždět se stálým zrychlením $a = 0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ($a < a_{\min}$). Po nárazu se vagón s lokomotivou automaticky spojil a celá

souprava pokračovala v jízdě. Síla vyvinutá lokomotivou se během celého jejího pohybu neměnila.

- b) Určete čas t_1 , ve kterém vagón lokomotivu dožene.
- c) Určete rychlost v_1 lokomotivy bezprostředně před srážkou.
- d) Určete rychlost u soupravy bezprostředně po srážce.
- e) Určete rychlost u_1 soupravy v čase $3t_1$.
- f) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislostí rychlosti lokomotivy a rychlosti vagónu na čase na časovém intervalu $\langle 0; 3t_1 \rangle$.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Čas t_1 v obecném řešení úloh d), e) nedosazujte.

4. Sedačka řetízkového kolotoče je zavěšena ve vzdálenosti r od osy otáčení, závěs má délku l . Na sedačce sedí chlapec o hmotnosti m . Při rovnoměrném otáčivém pohybu kolotoče je závěs sedačky odchýlen od svislého směru o úhel α .
- a) Určete sílu, kterou působí chlapec na sedačku.
 - b) Určete dostředivé zrychlení chlapce.
 - c) Určete velikost obvodové rychlosti chlapce.
 - d) Určete periodu otáčení kolotoče.

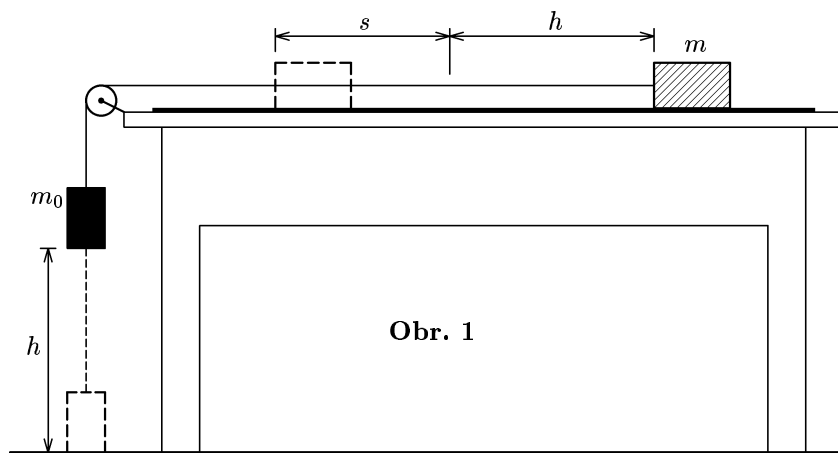
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $r = 3,2$ m, $l = 3,8$ m, $\alpha = 35^\circ$, $m = 50$ kg, $g = 9,8$ m·s⁻².

5. Míček vrhneme z bodu na vodorovné rovině šikmo vzhůru rychlostí o velikosti $v_0 = 20$ m·s⁻¹, jednou pod úhlem $\alpha_1 = 30^\circ$, podruhé pod úhlem $\alpha_2 = 60^\circ$. Odpor vzduchu zanedbejte, $g = 9,8$ m·s⁻².
- a) Do jakých vzdáleností d_1 , d_2 míček dopadne?
 - b) Do jakých největších výšek h_1 , h_2 se míček dostane?
 - c) Z jakých výšek h_{01} , h_{02} je nutno vrhnout míček stejně velkou rychlostí vodorovným směrem, aby dopadl do vzdáleností d_1 , d_2 ?
 - d) Určete doby letu míčku ve všech uvedených případech.
 - e) Sestrojte do jednoho obrázku všechny trajektorie míčku.

6. Praktická úloha: Měření součinitele smykového tření

Teorie: Přes kladku upevněnou na okraji stolu je vodorovně vedeno vlákno přivázané na kvádř o hmotnosti m položený na vodorovné podložce a přidržovaný rukou. Na druhém konci vlákna je zavěšeno závaží o hmotnosti m_0 ve výšce h nad podlahou (obr. 1). Kvádř uvolníme a soustava se uvede do pohybu. Po nárazu závaží na podlahu se kvádř ještě nějakou dobu pohybuje setrvačností a urazí dráhu s . Můžeme-li zanedbat hmotnost kladky a její tření, je součinitel f smykového tření mezi kvádrem a podložkou určen vztahem

$$f = \frac{m_0 h}{(m + m_0)s + m h}. \quad (1)$$



Úkoly:

- Odvoďte vzorec (1).
- Sestavte soustavu podle předchozího popisu.
- Měření proveďte pro 4 různé kombinace hodnot m , m_0 , h . Pro každou kombinaci proveďte vždy 3 měření dráhy s a z nich vypočtete aritmetický průměr. Výsledky měření zapište do tabulky:

Druh povrchu:							
$\frac{m}{g}$	$\frac{m_0}{g}$	$\frac{h}{cm}$	$\frac{s_1}{cm}$	$\frac{s_2}{cm}$	$\frac{s_3}{cm}$	$\frac{s}{cm}$	f
Průměr							

Celé měření opakujte pro jiný povrch.

- d) Součinitel smykového tření vypočtete také z třecí síly změřené siloměrem při vlečení kvádry rovnoměrným pohybem. Výsledky získané oběma metodami porovnejte.

7. Jednostupňová raketa má hmotnost m_0 , palivo má také hmotnost m_0 . Výtoková rychlost plynů vzhledem k raketě je w . Určete rychlost v , kterou raketa dosáhne v beztížném prostoru z klidu po vyhoření veškerého paliva. Úlohu řešte postupně:

- Určete konečnou rychlost v_1 rakety, jestliže veškeré plyny o hmotnosti m_0 jsou vrženy najednou rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určete konečnou rychlost v_2 rakety, jestliže se najednou odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{1}{2}m_0$ a poté najednou plyny o zbývající hmotnosti $\frac{1}{2}m_0$, vždy rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určete konečnou rychlost v_3 rakety, jestliže se ve 3 fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{1}{3}m_0$ vždy stejnou rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určete konečnou rychlost v_n rakety, jestliže se v n fázích odvrhnou postupně plyny o hmotnosti m_0/n vždy stejnou rychlostí w vzhledem k raketě. Číslo $n > 5$ si zvolte. Čím větší je číslo n , tím se výsledek bude více blížit skutečné rychlosti v podle zadání. K řešení můžete použít počítač, není to však podmínkou.
- Úlohu d) řešte pro hmotnost paliva $6m_0$.

Úlohy řešte obecně, pak pro hodnotu $w = 3,00 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, se kterou pracují první stupně raket vynášejících tělesa do kosmického prostoru.

- f) Formulujte závěr, který ze získaných výsledků vyplývá pro hmotnost paliva a hmotnost rakety, kterou máme dostat na oběžnou dráhu kolem Země.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika

Dynamika

Mechanická práce a energie

Pohyby v gravitačním poli

Téma studijního textu