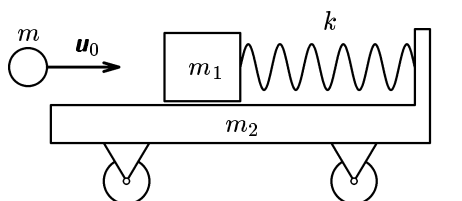


Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Kvádř o hmotnosti m_1 leží na dokonale hladkém vozíku o hmotnosti m_2 a je s jeho přední částí spojen pružinou o tuhosti k (obr. 1). Hmotnost pružiny je zanedbatelná. Zezadu přiletí vodorovným směrem rychlostí u_0 koule o hmotnosti m a dokonale pružně se odrazí.



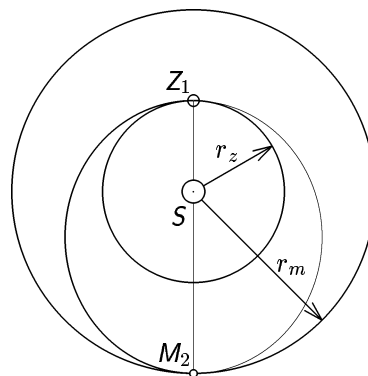
Obr. 1

- Určete rychlost v_1 kvádru těsně po odrazu koule.
- Dokažte, že kvádř začne vzhledem k vozíku konat harmonický kmitavý pohyb a určete jeho periodu a amplitudu výchylky.
- Určete dráhu uraženou vozíkem za jednu periodu pohybu.
- Určete, jak se bude v závislosti na čase měnit rychlost v kvádru vzhledem k zemi a rychlost w vozíku vzhledem k zemi. Zjištěné závislosti zobrazte do společného grafu. Jaký musí být poměr m_1/m_2 , aby se kvádř pohyboval vzhledem k zemi stále vpřed?

Řešte obecně a pro hodnoty:

$$m = 0,50 \text{ kg}, m_1 = 2,0 \text{ kg}, m_2 = 5,0 \text{ kg}, k = 150 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, u_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. Země obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii o poloměru $149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$ za 365,26 dne. Také Mars obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii a jeho doba oběhu je 687,0 dne. Ze Země byly již na Mars vyslány kosmické lodí. Energeticky nejvýhodnější je *Hohmannova trajektorie*. Má tvar poloviny elipsy, která se ve výchozím bodě Z_1 dotýká trajektorie Země a v koncovém bodě M_2 trajektorie Marsu (obr. 2).

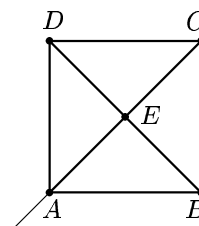


Obr. 2

- Z daných údajů určete poloměr trajektorie Marsu a jeho rychlost.

- b) Určete délku velké poloosy Hohmannovy trajektorie.
- c) Určete dobu letu kosmické lodi ze Země na Mars po Hohmannově trajektorii.
- d) Poměr poloměrů kruhových trajektorií na obr. 2 neodpovídá skutečnosti. Narýsujte ve vhodném měřítku obrázek se správným poměrem poloměrů a v něm na základě výpočtu vyznačte polohu Marsu M_1 v okamžiku startu kosmické lodi a polohu Země Z_2 v okamžiku jejího přistání.

3. Drátěná mřížka má tvar čtverce s úhlopříčkami a je celá vyrobena ze stejného drátu (obr. 3). Rámeček zapojíme do elektrického obvodu tak, že jeden vodič bude připojen k uzlu A. Druhý vodič můžeme připojit k jinému vrcholu čtverce nebo k průsečíku úhlopříček. Porovnejte elektrické odpory rámečku v jednotlivých případech. Odpor strany čtverce označte R .

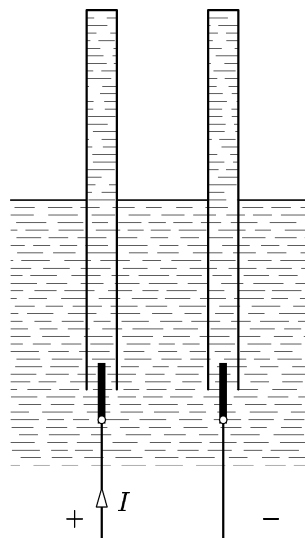


Obr. 3

Návod: Využijte toho, že mezi body se stejným potenciálem neprochází elektrický proud.

4. Dvě svislé válcové trubice délky L s vnitřním průřezem o obsahu S jsou na horním konci uzavřeny a ponořeny polovinou své délky do vody okyselené malým množstvím kyseliny sírové. Na začátku jsou trubice zcela zaplněny vodou (obr. 4). V otevřených koncích trubic jsou umístěny elektrody připojené ke zdroji stejnosměrného napětí. Po zapnutí zdroje udržujeme v obvodu konstantní proud I . V důsledku elektrolýzy okyselené vody se v jedné z trubic uvolňuje kyslík a ve druhé vodík. Plyny postupně vytlačují vodu z trubic.

Obr. 4



- a) V které z trubic se hromadí vodík a ve které kyslík? Odpověď zdůvodněte.
- b) Určete doby τ_1 , τ_2 , za které se jednotlivé trubice zcela naplní plynem.
- c) Určete hmotnost vody spotřebované za dobu úplného zaplnění obou trubic plynem.

Předpokládáme, že teplota t celé soustavy je stálá. Řešte obecně a pro hodnoty: $t = 20^\circ\text{C}$, $L = 2,0\text{ m}$, $S = 20\text{ cm}^2$, $I = 0,50\text{ A}$. Atmosférický tlak má hodnotu $p_a = 101\text{ kPa}$, hustota roztoku je $\varrho = 1005\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tíhové zrychlení $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

5. Balon tvaru koule je otvorem zdola plněn teplým vzduchem. Teplota okolního vzduchu je t_1 a uvnitř balonu se daří udržovat teplotu $t_2 > t_1$. Atmosférický tlak má hodnotu p_a . Plátno, ze kterého je balon vyroben, má plošnou hustotu hmotnosti γ .

- Určete nejmenší poloměr balonu, aby se zvednul.
- Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž k -krát větší než je hmotnost obalu?
- Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž o hmotnosti m_0 ?

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty: $t_1 = 20\text{ °C}$, $t_2 = 70\text{ °C}$, $p_a = 1,00 \cdot 10^5\text{ Pa}$, $\gamma = 0,15\text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$, $k = 3$, $m_0 = 100\text{ kg}$, $R_m = 8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_m(\text{vzduchu}) = 0,029\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Úlohu c) řešte pro dané hodnoty pouze numericky s použitím vaší kalkulačky. Použitou numerickou metodu podrobně popište.

6. Praktická úloha: Měření charakteristických veličin galvanického článku s přírodním elektrolytem

Ponoříme-li do elektrolytu dvě elektrody s různými elektrochemickými potenciály, vznikne mezi nimi napětí. Elektrolytem může být libovolné prostředí obsahující volně pohyblivé ionty. K přírodním elektrolytům můžeme řadit vodu z vodovodu nebo vodu studniční i šťávu z různých druhů ovoce a zeleniny. Pro svorkové napětí zdroje platí

$$U = U_e - R_i \cdot I, \quad (1)$$

kde U_e je elektromotorické napětí zdroje, R_i vnitřní odpor zdroje a I proud procházející obvodem.

Potřeby: Dvě elektrody z různých kovů (nejlépe měď a zinek), brambor (jablko, citron), elektronický voltmetr s velkým vstupním odporem, ampérmetr se známým odporem, reostat.

Příprava galvanického článku: Připravte si elektrody z měděného a zinkového plechu, doporučené rozměry jsou $50\text{ mm} \times 10\text{ mm}$. Zinkový plech můžete získat z pláště starého monočlánku, případně jej můžete nahradit pozinkovaným klempířským plechem nebo plechem aluminiovým. Elektrody očistěte jemným smrkovým plátnem a zasuňte do bramboru (jablka, citronu) polovinou délky 1 cm až 2 cm od sebe.

Provedení úlohy:

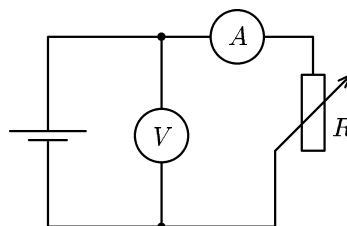
- Voltmetrem s velkým vstupním odporem změřte svorkové napětí. Vzhledem k zanedbatelné velikosti proudu procházejícího voltmetrem pokládejte toto napětí za elektromotorické. Změřené napětí porovnejte s tabulkovým rozdílem elektrochemických potenciálů obou použitých kovů.

- b) Změřte vnitřní odpor zdroje R_i metodou zkratového proudu. K elektrodám článku připojte samotný ampérmetr a změřte zkratový proud I_k . Vzhledem k malému napětí článku nemůžeme zanedbat napětí na ampérmetru a jeho odpor R_A . Platí

$$U_e = (R_i + R_A)I_k, \quad R_i = \frac{U_e}{I_k} - R_A.$$

Odpor ampérmetru R_A zjistěte v jeho návodu k použití.

- c) V zapojení podle obr. 2 proměřte závislost svorkového napětí zdroje na odebíraném proudu a sestrojte jeho zatěžovací charakteristiku. Použijte reostat s celkovým odporem asi $10R_i$.
- d) Ze vztahu (1) odvoďte, že zdroj dodává do vnější části obvodu maximální výkon, jestliže $U = U_e/2$. Nastavte takový odpor reostatu, aby tato podmínka byla přibližně splněna a po dobu 30 minut sledujte svorkové napětí zdroje a odebíraný proud. Hodnoty zapisujte po 1 minutě. Určete náboj, který za tuto dobu prošel obvodem, a práci vykonanou ve vnější části obvodu.



Obr. 2

- e) Zhodnoťte přesnost získaných výsledků.

7. Kopací míč byl vykopnut ze země pod elevačním úhlem $\alpha = 45^\circ$ rychlostí o velikosti $v_0 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Míč se pohybuje bez rotace.
- Vypočtěte, jaká by byla vzdálenost místa dopadu a doba letu, kdyby neexistoval odpor vzduchu.
 - Pohyb bez odporu vzduchu modelujte vhodnou numerickou metodou pomocí PC. Z modelu zjistěte vzdálenost místa dopadu a dobu letu; hodnoty porovnejte s výsledky výpočtu v úkolu a).
 - Modelujte pohyb míče s přihlédnutím k odporu vzduchu a zjistěte, jaká je skutečná vzdálenost místa dopadu a doba letu
 - za bezvětří,
 - v případě, že proti hráči fouká vítr o rychlosti 5 m/s ,
 - v případě, že ve směru výkopu fouká vítr o rychlosti 5 m/s .

Předpokládejte, že síla odporu vzduchu se řídí Newtonovým vztahem

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2,$$

kde $C = 0,48$ je součinitel odporu pro kouli, S je plošný obsah středového průřezu míče, $\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ je hustota vzduchu a v je velikost okamžité rychlosti míče. Poloměr a hmotnost běžného kopacího míče si zjistěte sami.