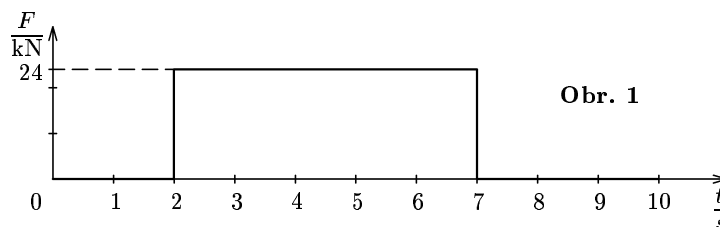


### Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

1. Vlak metra může jet maximální rychlostí  $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  a zrychlovat nebo zpomalovat s maximálním zrychlením  $a = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Vzdálenost mezi dvěma sousedními stanicemi je  $d = 960 \text{ m}$ .
  - a) Určete nejkratší možnou dobu  $t_{\min}$  jízdy mezi stanicemi. Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.
  - b) Určete nejkratší možnou dobu  $t'_{\min}$  jízdy mezi stanicemi, je-li za jinak stejných podmínek z provozních důvodů snížena maximální rychlost na  $v' = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .
  - c) Určete nejkratší možnou dobu  $t''_{\min}$  jízdy mezi stanicemi, jestliže za jinak stejných podmínek bude při rozjíždění a brzdění povoleno maximální zrychlení  $a' = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
  - d) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase pro všechny 3 pohyby.
  - e) Pomocí sestrojených grafů určete u každého pohybu dráhu uraženou v čase 10 s.
2. Automobil jedoucí rychlostí o velikosti  $v_0 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  začne po přímočaré trajektorii brzdít se stálým zrychlením o velikosti  $a = 0,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
  - a) Určete dráhu  $s_1$  uraženou v čase  $t_1 = 20 \text{ s}$  po začátku brzdění.
  - b) Sestrojte na milimetrový papír grafy závislosti rychlosti na čase a dráhy na čase v časovém intervalu od 0 s do 20 s.
  - c) Určete velikost okamžité rychlosti na konci dráhy  $s_2 = 50 \text{ m}$ .
  - d) Určete průměrnou rychlost v časovém intervalu  $t_3 = 5 \text{ s}$  až  $t_4 = 12 \text{ s}$ .
  - e) Určete časový interval velikosti  $\Delta t = 4 \text{ s}$ , během něhož urazí automobil během brzdění dráhový úsek  $\Delta s = 30 \text{ m}$ .
3. Tramvaj o hmotnosti  $m = 20\,000 \text{ kg}$  má na vodorovných kolejkách v nulovém čase nulovou počáteční dráhu a nulovou počáteční rychlost. Motor tramvaje působí tahovou silou, jejíž velikost v závislosti na čase udává graf:

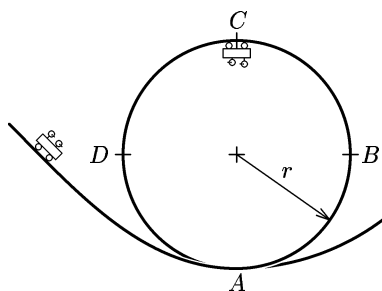


- a) Vypočtete obsah plochy pod grafem a určete jeho fyzikální význam.
- b) Sestrojte graf závislosti okamžité rychlosti na čase.
- c) Sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase.
- d) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu tramvaje na čase.
- e) Sestrojte graf závislosti okamžité síly na dráze. Odporovou sílu zanedbejte.

4. Honza hodil kámen vodorovným směrem z balkónu ve třetím patře budovy ve výšce  $h_0 = 10 \text{ m}$  nad vodorovným terénem. Počáteční rychlost kamene měla velikost  $v_0 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- Jakou rychlostí  $v'_0$  musí hodit kámen Jirka z téhož místa, aby kámen dopadl
    - do dvakrát větší vzdálenosti od domu,
    - za dvakrát delší dobu,
    - dvojnásobnou rychlostí?
  - Z jaké výšky  $h$  by Jirka musel hodit kámen vodorovným směrem rychlostí o velikosti  $v_0$ , aby kámen dopadl
    - do dvakrát větší vzdálenosti od domu,
    - za dvakrát delší dobu,
    - dvojnásobnou rychlostí?

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

5. Jeden úsek horské dráhy v zábavním parku má tvar vertikální kružnice o poloměru  $r$  (obr. 2). Vozík tento úsek projíždí setrvačností. Uvažujme ideální případ, kdy tření v ložiskách, valivý odpor kol a odpor vzduchu můžeme zanedbat.
- Jakou minimální rychlostí se musí pohybovat vozík v bodě  $C$ , aby pasažér nevypadl, i když nebude připoután k sedadlu?
  - Jakou rychlost musí mít vozík v bodě  $A$ , aby byla splněna podmínka a)?
  - V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s největším dostředivým zrychlením? Určete velikost a směr tohoto zrychlení.
  - V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s maximálním tečným zrychlením? Určete jeho velikost a směr tohoto zrychlení.
  - Určete velikost a směr celkového zrychlení v bodech  $B$  a  $D$ .



Obr. 2

Řešte obecně pro hodnoty:  $r = 7 \text{ m}$ ,  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Rozměry vozíku zanedbejte.

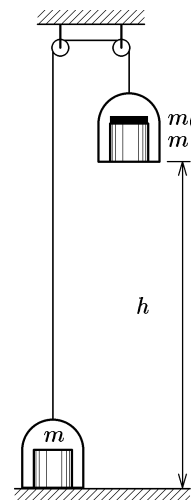
## 6. Praktická úloha: Studium dynamické soustavy

*Teorie:* Dynamickou soustavu tvoří dvojice malých kladek s vláknem, na jehož koncích jsou zavěšena dvě tělesa, každé o hmotnosti  $m$ . Po umístění přivažku o hmotnosti  $m_0$  na jedno z těles způsobí stálá tíhová síla tohoto přivažku rovnoměrně zrychlený pohyb soustavy (obr. 3). Pro velikost zrychlení platí při zanedbání hmotnosti kladek:

$$a_1 = \frac{m_0}{2m + m_0} g. \quad (1)$$

Toto zrychlení lze též určit experimentálně ze změřené dráhy  $h$  a ze změřené doby pohybu  $t$ :

$$a_2 = \frac{2h}{t^2}. \quad (2)$$



Obr. 3

*Úkoly:*

- Odvoďte vztahy (1) a (2).
- Sestavte soustavu podle předchozího popisu. Na konce vlákna připevněte misky, na které budete klást závaží. Dráhu  $h$  volte aspoň 1 m, lépe ještě delší.
- Změřte dráhu  $h$ . Měření zrychlení provádějte pro 2 různé hmotnosti  $m$  a u každé pro 2 různé hmotnosti  $m_0$  přivažku. U každé sestavy proveďte 6 měření času, polovinu s přivažkem na levé misce, polovinu s přivažkem na pravé misce, a vypočítejte jeho aritmetický průměr. Pomocí vztahů (1) a (2) vypočítejte zrychlení  $a_1$ ,  $a_2$  a výsledky měření запиšte do tabulky:

| $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad h = \quad \text{m}$ |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                      |                                            |                                            |                   |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|----------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------|
| $\frac{m}{\text{g}}$                                               | $\frac{m_0}{\text{g}}$ | $\frac{t_1}{\text{s}}$ | $\frac{t_2}{\text{s}}$ | $\frac{t_3}{\text{s}}$ | $\frac{t_4}{\text{s}}$ | $\frac{t_5}{\text{s}}$ | $\frac{t_6}{\text{s}}$ | $\frac{t}{\text{s}}$ | $\frac{a_1}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$ | $\frac{a_2}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$ | $\frac{a_2}{a_1}$ |
|                                                                    |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                      |                                            |                                            |                   |
|                                                                    |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                      |                                            |                                            |                   |
|                                                                    |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                      |                                            |                                            |                   |
|                                                                    |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                      |                                            |                                            |                   |

- Zhodnotte výsledek v posledním sloupci tabulky. Které zrychlení více odpovídá skutečnému zrychlení soustavy?
- Jaký vliv na výsledek měření může mít tření? Jaký vliv na výsledek měření může mít hmotnost kladek? Vysvětlete a dejte do souvislosti s posledním sloupcem tabulky.
- Provedeme korekci výsledků změřením třecí síly. Na misku při dané hmotnosti  $m$  vložte takový přivažek  $m'_0$ , při kterém se soustava po uvedení do pohybu vnější silou bude pohybovat setrvačností rovnoměrným pohybem. Třecí síla má tedy

velikost  $F_t = m'_0 g$ , a vzorec (1) můžeme nahradit vzorcem

$$a'_1 = \frac{m_0 - m'_0}{2m + m_0} g, \quad (3)$$

který určuje zrychlení soustavy po korekci. Nové výsledky запиšte do tabulky:

| $\frac{m}{g}$ | $\frac{m_0}{g}$ | $\frac{m'_0}{g}$ | $\frac{a'_1}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$ | $\frac{a_2}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$ | $\frac{a_2}{a'_1}$ |
|---------------|-----------------|------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------|
|               |                 |                  |                                             |                                            |                    |
|               |                 |                  |                                             |                                            |                    |
|               |                 |                  |                                             |                                            |                    |
|               |                 |                  |                                             |                                            |                    |

g) Porovnejte hodnoty  $a_2/a_1$  a  $a_2/a'_1$  a formulujte celkový závěr měření.

7. Na kulečnickovém stole leží dvě koule A, B o stejném poloměru  $r = 30$  mm. Dva mantinely, které při hře využijeme, představují dvě souřadnicové osy  $x$  a  $y$ . Počáteční souřadnice středů koulí v milimetrech jsou  $A \equiv [400; 600]$  a  $B \equiv [300; 150]$ . Koule A má po dvou odrazech od mantinelů zasáhnout kouli B.

- Kterým směrem musíme kouli A vyslat, aby došlo k centrálnímu rázu? Jak dlouhá bude v tomto případě trajektorie bodu A do místa srážky?
- O jaký úhel se může počáteční směr koule A odchýlit od směru určeného v úkolu a), má-li se koule B alespoň dotknout?

Obě úlohy řešte graficky i početně. Předpokládejte, že odrazy koule od mantinelů jsou dokonale pružné a tření mezi koulí a mantinelem je zanedbatelné.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika

Dynamika

Mechanická práce a energie

Pohyby v gravitačním poli

Téma studijního textu