

Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Ve vodorovné rovině je zvolena pravoúhlá souřadnicová soustava Oxy . Na ose x je bod $A[a; 0]$, ve kterém se nachází puška. Na ose y je bod $B[0; b]$. Z počátku soustavy souřadnic se směrem k bodu B pohybuje těleso stálou rychlostí v_1 . V okamžiku, kdy těleso prochází bodem B , vystřelíme. O jaký úhel je třeba „předsadit“ pušku, aby těleso bylo zasaženo? Vzdálenost bodů A , B je tak malá, že pohyb střely můžeme považovat za přímočarý s konstantní rychlostí v_2 . Těleso považujte za hmotný bod. Řešte pro hodnoty $a = 60$ m, $b = 20$ m, $v_1 = 30$ m·s⁻¹, $v_2 = 100$ m·s⁻¹.
2. Cyklista, jehož hmotnost i s kolem je 95 kg, sjíždí bez šlapání po dlouhém svahu s klesáním 3,5 m na 100 m dráhy. Za bezvětří dosáhne rychlosti $v_1 = 39$ km/h.
 - a) Jaké rychlosti v_2 by dosáhl, kdyby ve směru jízdy foukal vítr o rychlosti $v_v = 5,0$ m·s⁻¹?
 - b) Jaké rychlosti v_3 by dosáhl, kdyby stejně silný vítr foukal proti směru jízdy?
 - c) S jakým výkonem by musel cyklista šlapat za bezvětří, aby při sjíždění po témž svahu dosáhl rychlosti $v_4 = 54$ km/h?
 - d) Jaké rychlosti v_5 dosáhne, bude-li za bezvětří se stejným výkonem šlapat do téhož svahu, po kterém sjížděl v úlohách a) až c)?

Úlohy a, b, c) řešte nejprve obecně a potom pro dané hodnoty. V úloze d) postačí numerické řešení některou přibližnou metodou. Valivý odpor kol považujte za zanedbatelný v porovnání s odporem vzduchu, $g = 9,8$ m·s⁻².

3. Dusík o hmotnosti m má počáteční tlak p_1 a teplotu t_1 . Stlačíme jej na objem V_2
 - A) izotermicky, B) adiabaticky.
 - a) Určete pro každý děj tlak a teplotu po stlačení.
 - b) Nakreslete ve vhodném měřítku oba děje do téhož p - V diagramu, přičemž každý graf určete alespoň 8 body.
 - c) Vypočtete pro oba děje práci spotřebovanou plynem během stlačení.

Řešte obecně a pro hodnoty: $m = 5,00$ g, $p_1 = 0,100$ MPa, $t_1 = 20$ °C, $V_2 = 1,00$ l, $\kappa = 1,40$, $A_r(N) = 14,0$, $R_m = 8,314$ J·mol⁻¹·K⁻¹.

4. a) Ocelová struna piana naladěná na základní tón a^1 o frekvenci $f = 440$ Hz má délku 40 cm. Určete normálové napětí struny. Víme, že fázová rychlost příčného vlnění na struně je určena vztahem

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}},$$

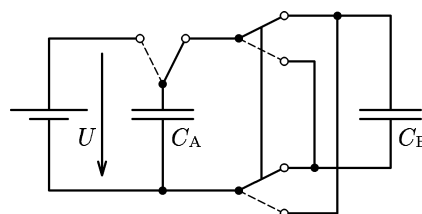
kde σ je normálové napětí struny a $\varrho = 7900$ kg·m⁻³ je hustota materiálu, ze kterého je struna vyrobena.

- b) Struny piana jsou napnuty na masivním litinovém rámu. Přeneseme-li piano ze studeného prostředí do vyhřáté místnosti, dojde k jeho rozladění, protože tenké struny se rychle zahřejí na teplotu místnosti, zatímco rám se bude ohřívat jen zvolna. Jak se změní frekvence základního tónu struny z úlohy a), zvýší-li se její

teplota o 10 K a teplota rámu se nezmění? Teplotní součinitel délkové roztažnosti oceli $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, Youngův modul pružnosti v tahu $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.

5. Kondenzátor o kapacitě C_A nabijeme na napětí U , pak jej odpojíme od zdroje a připojíme ke spřaženému přepínači, ke kterém je již připojen kondenzátor o kapacitě C_B (obr. 1).

- Určete napětí na kondenzátorech po připojení kondenzátoru o kapacitě C_A k přepínači.
- Jak velký náboj Q prošel vodiči po připojení kondenzátoru k přepínači?
- Jak velká energie se přitom přeměnila na vnitřní energii vodičů?
- Určete napětí U_1 na kondenzátorech po jednom přepnutí přepínače.
- Na jakou hodnotu klesne napětí na kondenzátorech po n přepnutích?
- Po kolika přepnutích klesne napětí pod hodnotu U_k ?



Obr. 1

Řešte obecně a pro hodnoty: $C_A = 200 \text{ nF}$, $C_B = 300 \text{ nF}$, $U = 30 \text{ V}$, $U_k = 0,1 \text{ V}$.

6. Praktická úloha: Elektronický teploměr s diodovým čidlem

Teorie:

Udržíme-li v křemíkové diodě zapojené v propustném směru malý stálý proud, při kterém se teplota přechodu PN neliší od teploty okolí, je napětí na diodě lineární klesající funkcí teploty, kterou můžeme zapsat ve tvaru

$$u_D = U_0 - \gamma t. \quad (1)$$

Lineární závislost napětí diody na teplotě se využívá v elektronických teploměrech zapojených podle obr. 2. První operační zesilovač pracuje jako zdroj stálého proudu pro diodu. Napětí voltmetru zapojeného na výstup druhého operačního zesilovače je přímo úměrné Celsiusově teplotě:

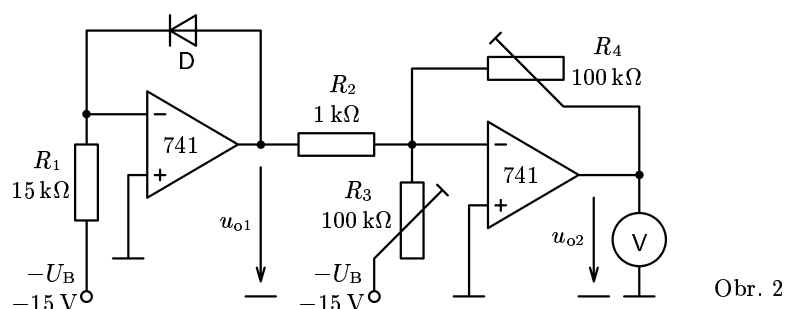
$$u_{o2} = Bt. \quad (2)$$

Toho se dosáhne vhodným seřízením odporů R_3 (nastavení nuly) a R_4 (nastavení citlivosti B).

Úkoly:

- V obvodu sestaveném podle obr. 3 udržujte stálý proud 1 mA. Změřte napětí na diodě při teplotě 0°C (v termosce se směsí ledu a vody) a při teplotě okolo 80°C (v termosce s horkou vodou). Z naměřených hodnot určete veličiny U_0 a γ ve vztahu (1).
- Vysvětlíte činnost prvního operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2.

- c) Vysvětlete činnost druhého operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2. Jak musíme nastavit hodnoty odporů R_3 a R_4 aby platil vztah (2), přičemž $B = 0,1 \text{ V/K}$? (Při teplotě 0°C je $u_{o2} = 0 \text{ V}$ a při teplotě 100°C je $u_{o2} = 10 \text{ V}$.)
- d) Realizujte zapojení podle obr. 2 a proveďte nastavení odporu R_3 při teplotě 0°C a odporu R_4 při teplotě varu vody. Tu určete z barometrického tlaku pomocí MFCh tabulek. Teploměr potom vyzkoušejte porovnáním s jiným přesným teploměrem při teplotách okolo 25°C , 50°C a 75°C . Z naměřených hodnot sestrojte kalibrační křivku znázorňující závislost u_{o2} na teplotě.

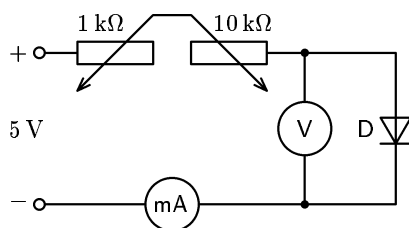


Obr. 2

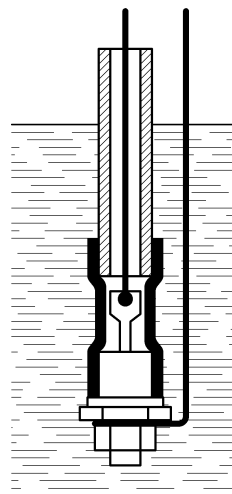
Poznámky k provedení:

Podle možností použijeme buď dvojitý operační zesilovač typu 1458 nebo dva samostatné OZ typu 741. Diodu zvolíme ve větším provedení s kovovým pouzdrem (např. KY710 nebo KY701). Odizolování jednoho vývodu diody od lázně lze provést skleněnou trubičkou a kouskem průhledné hadičky pro přívod benzínu do karburátoru nebo kouskem silnější pryžové hadičky (obr. 4).

Pro snadnější nastavení odporů R_3 a R_4 by bylo vhodné použít kombinaci pevného rezistoru a trimru o menším odporu. (Při volbě součástek vycházejte z výsledků úlohy c.)



Obr. 3



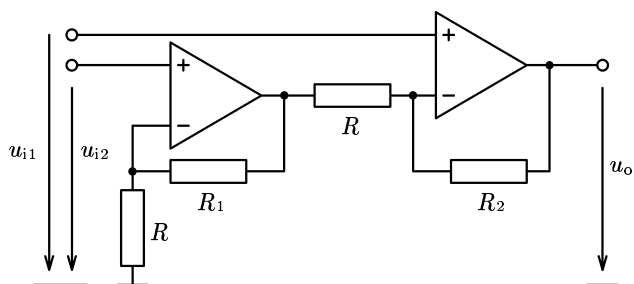
Obr. 4

7. Na obr. 5 je schéma rozdílového zesilovače s velkým vstupním odporem, ve kterém jsou použity dva operační zesilovače a dva stejné rezistory o odporu R . Určete odpory R_1 a R_2 zbývajících rezistorů tak, aby platilo

$$u_o = 10 (u_{i2} - u_{i1}) .$$

Vstupní diferenciální napětí a vstupní proudy operačních zesilovačů jsou zanedbatelné (viz studijní text).

Řešte obecně a pro $R = 10 \text{ k}\Omega$.



Obr. 5