



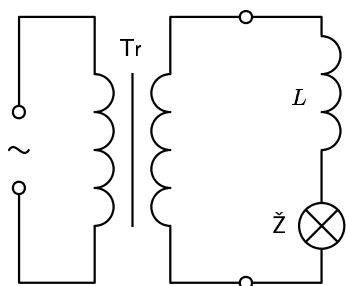
Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 40. ročníku FO

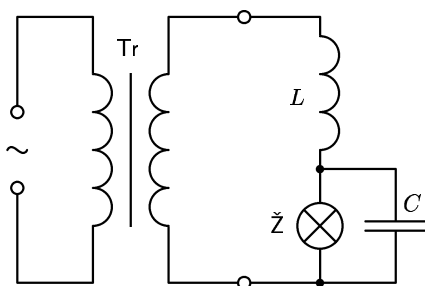
1. K síťovému transformátoru je sériově připojena malá žárovka a cívka — tlumivka (obr. 1a). Indukčnost cívky je zvolena tak, aby na žárovce bylo napětí o efektivní hodnotě $U_{\text{ž}} = 12,0 \text{ V}$, při kterém obvodem prochází proud o efektivní hodnotě $I_{\text{ž}} = 0,100 \text{ A}$. Připojíme-li k žárovce paralelně kondenzátor o kapacitě $C = 16,0 \mu\text{F}$ (obr. 1b), napětí na žárovce se nezmění.

- Jak se změní velikost proudu odebíraného z transformátoru po připojení kondenzátoru?
- Jakou indukčnost má tlumivka?
- Jaké je svorkové napětí transformátoru?

Síťový transformátor považujte za zdroj harmonického střídavého napětí o frekvenci 50 Hz , jehož vnitřní odpor je zanedbatelný. Cívku považujte za ideální.



Obr. 1a



Obr. 1b

2. Při vrhu koule je počáteční výška koule h a její počáteční rychlost má velikost v_0 .

- Jaké největší dálky vrhu můžeme dosáhnout? Jaký elevační úhel α musíme zvolit?
- Jaký bude v tomto případě úhel β dopadu na zem? (Za úhel dopadu považujte odchylku vektoru rychlosti dopadu od vodorovného směru.)

Řešte obecně a pro $h = 2,00 \text{ m}$, $v_0 = 14,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Odpor vzduchu zanedbáváme.

Návod: Největší dálka vrhu je dosažitelná *jediným* elevačním úhlem.

$$\text{Pro } \alpha \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \text{ platí } \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}.$$

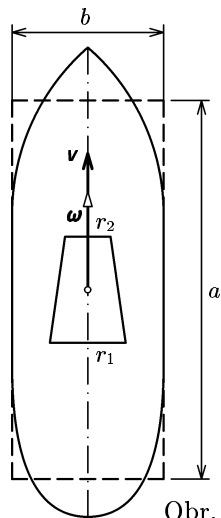
3. Rotor lodní turbíny si můžeme pro jednoduchost představit jako homogenní komolý rotační kužel o poloměrech podstav r_1 , r_2 a o hmotnosti m , který je uložen v podélné ose loď. Rotor turbíny vykoná n otáček za minutu, přičemž směr otáčení je takový, že vektor úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ směřuje k přídi lodi (Obr. 2).

- a) Vypočtete moment setrvačnosti J rotoru vzhledem k jeho rotační ose. Při obecném výpočtu můžete vyjít ze vztahu

$$J_k = \frac{3}{10} m_k r^2,$$

který platí pro kužel o hmotnosti m_k a poloměru podstavy r .

- b) Loď, která se pohybuje rychlostí $\mathbf{v}$, začne vykonávat levotočivý otáčecí manévr, při kterém se bude otáčet okolo svislé osy s úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}_v$. Určete gyroskopický moment $\mathbf{M}_g$ — jeho velikost a směr — a popište jeho účinek na loď.
- c) Vypočtete, o jaký úhel α se loď podélně nakloní při manévru popsaném v úloze b). Pro tento výpočet modelujte vodočáru lodi obdélníkem o délce a a šířce b . Předpokládejte, že úhel α bude velmi malý.



Obr. 2

Řešte nejprve obecně a pak pro $r_1 = 400 \text{ mm}$, $r_2 = 250 \text{ mm}$, $m = 3400 \text{ kg}$, $\omega_v = 0,300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $n = 3000 \text{ min}^{-1}$, $a = 25,0 \text{ m}$, $b = 12,5 \text{ m}$.

Hustota vody je $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

4. a) Proton je urychlen v elektrostatickém poli mezi dvěma body o potenciálním rozdílu $U = 320,0$ kV z počátečního klidového stavu. Vypočtete velikost v jeho rychlosti užitím klasické teorie.
- b) Vypočtete velikost v' rychlosti protonu užitím relativistické teorie a stanovte relativní chybu, které jste se dopustili v úkolu a) výpočtem podle klasické teorie. Ověřte, že je možné při dalším řešení úlohy počítat kinetickou energií a hybností částic podle klasické teorie.
- c) Proton urychlený podle bodu a) se přibližuje radiálně z velké vzdálenosti (teoreticky z nekonečna) k volné částici α (tj. k jádru helia), která se nachází v klidu v uvažované inerciální vztažné soustavě. Působením elektrického pole protonu se částice α uvede do pohybu. Vypočtete, do jaké nejmenší vzdálenosti Δ_1 se proton přiblíží k částici α (vzdálenost měříme mezi středy částic) a jaká bude velikost v_1 rychlosti částice α v tomto okamžiku. Děj probíhá ve vakuu.
- d) Po dosažení vzdálenosti Δ_1 je proton je částicí α dále brzděn, až se zastaví a začne se vracet zpět. Vypočtete vzdálenost Δ_2 protonu od částice α v okamžiku, kdy bude jeho rychlost v pozorovací soustavě nulová. Jaká bude v tomto okamžiku velikost v_2 rychlosti částice α ? Stanovte rovněž poměry Δ_2/Δ_1 a v_2/v_1 .

Obecné řešení úkolů c) a d) vede k výrazům obsahujícím hmotnosti m_p , m_α . Zjednodušte je užitím přibližného vztahu $m_\alpha \doteq 4m_p$.

Potřebné fyzikální konstanty jsou: $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_\alpha = 6,6448 \cdot 10^{-27}$ kg, $\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$ F $\cdot$ m $^{-1}$, $c = 2,9979 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.