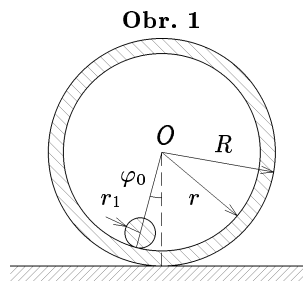


Úlohy 1. kola 39. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

1. Homogenní dutý válec o vnějším poloměru R a vnitřním poloměru r leží na vodorovné hladké rovině. Na vnitřní stěnu válce jsme přilepili rovnoběžně s osou válce válcové závaží o hmotnosti m_1 a poloměru r_1 a válec jsme nepatrně odvalili z rovnovážné polohy tak, že se pootočil jen o malý úhel φ_0 (obr. 1). Po uvolnění konal válec téměř netlumené kmity s periodou T okolo rovnovážné polohy.

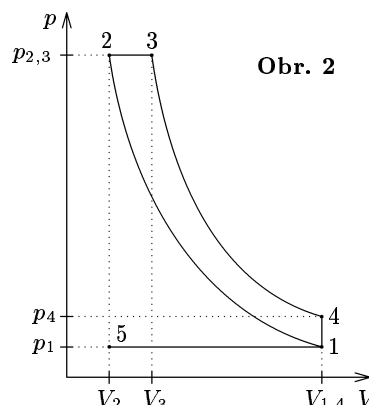


- Určete amplitudu Ω_m úhlové rychlosti válce a amplitudu v_m rychlosti postupného pohybu jeho osy při kmitání.
- Určete moment setrvačnosti J_0 válce vzhledem k rotační ose souměrnosti a jeho hmotnost m .

Řešte obecně a pro hodnoty: $R = 250$ mm, $r = 230$ mm, $m_1 = 0,500$ kg, $r_1 = 30$ mm, $\varphi_0 = 5^\circ$, $T = 4,5$ s.

Moment setrvačnosti dutého homogenního válce vzhledem k rotační ose symetrie je $J_0 = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2)$.

2. Na obr. 2 je znázorněn teoretický pracovní diagram čtyřdobého vznětového (*Dieselova*) motoru. Motor pracuje tak, že do vzduchu, který byl zahřát na vysokou teplotu adiabatickou kompresí (1 – 2), se při expanzi po krátkou dobu vstřikuje palivo, které izobaricky hoří (2 – 3), načež se plyn dále rozpíná adiabaticky (3 – 4) a nakonec opustí pracovní prostor a je nahrazen novým vzduchem (4 – 1 – 5 – 1). Poslední část pracovního cyklu je ekvivalentní izochorickému ději (4 – 1). Podíl $\varepsilon = V_1/V_2$ se nazývá *kompresní poměr* a podíl $\varphi = V_3/V_2$ je *plnicí poměr* motoru.



Předpokládáme, že vzduch a produkty hoření se chovají jako ideální plyn s dvouatomovými molekulami, pro který platí stavová rovnice. Měrná tepelná kapacita takového plynu je $c_V = 2,5R_m/M_m$, kde R_m je molární plynová konstanta a M_m je molární hmotnost plynu. Pro adiabatické děje platí *Poissonův zákon* $pV^\kappa = \text{konst}$, kde $\kappa = c_p/c_V$ je Poissonova konstanta.

- Stanovte hodnoty stavových veličin p , T v bodech 2, 3 a 4 pracovního diagramu, jsou-li dány hodnoty p_1 a T_1 v bodě 1 a je-li znám kompresní a plnicí poměr motoru.

- b) Stanovte teplo Q_1 přijaté a teplo Q_2' odevzdané pracovní látkou během jednoho cyklu a určete tomu odpovídající teoretickou účinnost motoru.
- c) Dokažte, že pro teoretickou účinnost tohoto motoru platí vztah

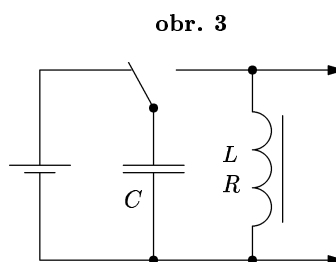
$$\eta = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi^{\kappa-1}}{\varphi-1}.$$

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $p_1 = 0,100 \text{ MPa}$, $V_1 = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $\kappa = 1,40$, $\varepsilon = 20,0$, $\varphi = 1,80$.

3. Kondenzátor o kapacitě $C = 1,00 \mu\text{F}$ byl v zapojení podle obr. 3 nabit z ploché baterie a potom připojen k cívce. Počítačový záznam časového průběhu napětí na cívce od okamžiku připojení kondenzátoru je na obr. 4. Je popsán funkcí

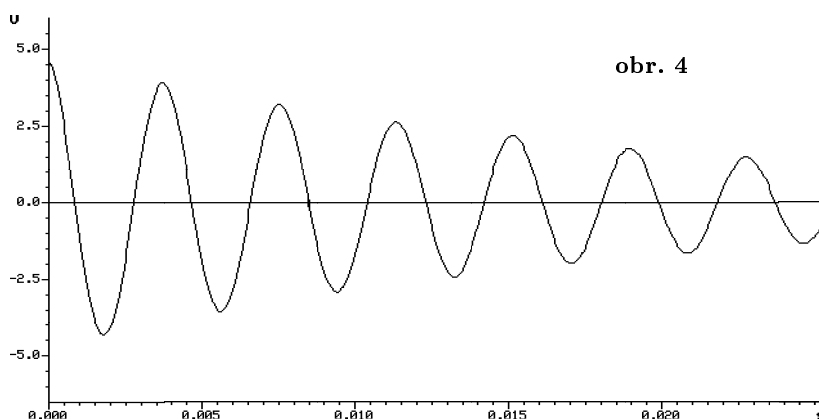
$$u = U_m e^{-\delta t} \cos(\omega t - \varphi_0),$$

kde $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\delta = \frac{R}{2L}$,



L je indukčnost ideální cívky a R rezistance ideálního rezistoru, jejichž seriovým spojením bychom mohli danou skutečnou cívku nahradit.

- a) Určete L a R .
- b) V kterém okamžiku procházel obvodem největší proud a jaká byla jeho velikost?



4. Měděné vinutí o hmotnosti m dokonale tepelně izolované od okolí mělo při teplotě t_1 odpor R_1 . Měrná tepelná kapacita mědi je c . Po připojení ke zdroji o elektromotorickém napětí U_e a zanedbatelném vnitřním odporu se teplota t vinutí měnila v závislosti na době τ , po kterou procházel elektrický proud. Určete tuto závislost a sestrojte její graf v intervalu $\langle 0, \tau_1 \rangle$. Předpokládáme, že v daném intervalu lze závislost odporu na teplotě vyjádřit vztahem $R = R_0(1 + \alpha t)$, kde R_0 je odpor při teplotě 0°C a α je

teplotní součinitel odporu.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $m = 4,5 \text{ g}$, $t_1 = 20^\circ \text{C}$,
 $R_1 = 12,8 \Omega$, $c = 893 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\tau_1 = 600 \text{ s}$, $\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $U_e = 5,0 \text{ V}$.

5. Dvě tenké čočky vzdálené od sebe $2,5 \text{ cm}$ tvoří centrovanou optickou soustavu. Předmět vysoký $2,0 \text{ cm}$ umístěný ve vzdálenosti $5,0 \text{ cm}$ před první čočkou je celou soustavou zobrazen ve vzdálenosti $20,0 \text{ cm}$ za druhou čočkou, kde vzniká převrácený skutečný obraz vysoký $12,0 \text{ cm}$. Určete ohniskové vzdálenosti obou čoček.
- a) Zadání pečlivě narýsujte na samostatný list papíru a úlohu vyřešte graficky. Řešení popište.
- b) Úlohu řešte početně.

6. *Praktická úloha. Ověření Stefanova – Boltzmannova zákona Teorie:*

Vlákno žárovky se přibližně chová jako černé těleso, jehož intenzita vyzařování je určena Stefanovým–Boltzmannovým zákonem.

$$M_e = \frac{\Phi_e}{S} = \sigma T^4, \quad \text{kde } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}.$$

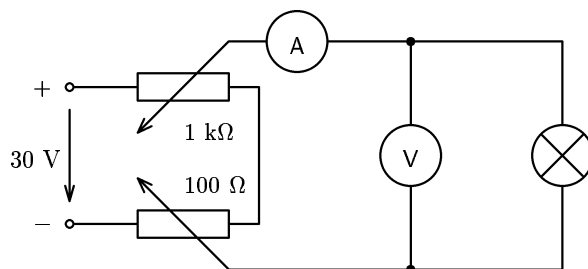
Zářivý tok žárovky Φ_e je prakticky stejný jako její elektrický příkon $P = UI$.

Předpokládejte, že závislost odporu vlákna žárovky na teplotě je přibližně lineární a můžeme ji vyjádřit vztahem $R = R_1(1 + \alpha \Delta t)$, kde R_1 je odpor při vztážené teplotě t_1 , $\Delta t = t - t_1$ je změna teploty a α je teplotní součinitel odporu. Zvolíme-li vztaznou teplotu mezi 15°C a 25°C , má wolframový drát, ze kterého je vyrobeno vlákno žárovky, teplotní součinitel odporu $\alpha = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

V naší úloze použijeme malou žárovku s jmenovitými hodnotami napětí a proudu $U_{jm} = 24 \text{ V}$, $I_{jm} = 0,1 \text{ A}$, která se běžně prodává v elektrotechnických prodejnách.

Úkol:

- a) V zapojení podle obr. 5 změřte pečlivě závislost proudu, který prochází žárovkou, na připojeném napětí. Z výsledků měření určete, jak se s rostoucím napětím mění příkon žárovky a odpor jejího vlákna.



Obr. 5

- b) Sestrojte graf závislosti odporu žárovky na napětí a z něj stanovte odpor vlákna při nulovém napětí, kdy je teplota vlákna stejná jako teplota okolí.
- c) Určete, jak se s rostoucím napětím mění teplota vlákna žárovky. Potřebný vztah odvoďte. Za vztažnou teplotu zvolte teplotu laboratoře.
- d) Ověřte, že při napětí větším než 5 V, kdy se téměř celá dodaná energie vyzáří, je poměr P/T^4 konstantní.
- e) Stanovte plošný obsah části povrchu dokonale černého tělesa, která by při zjištěných teplotách zářila stejně jako daná žárovka.

Výsledky měření a výpočtů запиšte do tabulky:

U/V	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	5,0	10	15	20	25
I/mA											
R/Ω											
P/W											
T/K											
$P \cdot T^{-4}$											

Poznámka: První část měření (do 1 V) slouží především k určení odporu žárovky R_1 při teplotě okolí; v druhé části (od 5 V) ověříme Stefanův–Boltzmannův zákon.

7. Částice o hmotnosti m_1 nalétá rychlostí $\mathbf{v}_1$ na částici o hmotnosti m_2 , která je původně v klidu. Po pružné srážce získá částice o hmotnosti m_1 rychlost $\mathbf{v}'_1$ a odkloní se od směru dopadu o úhel α_1 .
 - a) Určete velikost v'_1 rychlosti první částice po odrazu za předpokladu, že úhel odklonu $\alpha_1 = 0^\circ$ nebo $\alpha_1 = 180^\circ$ (centrální ráz).
 - b) Vyjádřete relativní ztrátu kinetické energie první částice při centrálním rázu jako funkci poměru hmotností $\mu = \frac{m_1}{m_2}$. Relativní ztráta kinetické energie η je definována vztahem

$$\eta = \frac{E_1 - E'_1}{E_1},$$

kde E_1 je kinetická energie částice před rázem a E'_1 je kinetická energie po rázu. Závislost $\eta = \eta(\mu)$ na poměru obou hmotností znázorněte graficky.

- c) Určete rychlost $\mathbf{v}'_1$ první částice po rázu, je-li odkloněna o úhel $\alpha_1 = 90^\circ$. Jaký musí být poměr μ obou hmotností, aby byl tento úhel dosažitelný?
- d) Stanovte relativní ztrátu kinetické energie první částice pro úhel odklonu $\alpha_1 = 90^\circ$. Závislost $\eta = \eta(\mu)$ na poměru obou hmotností znázorněte graficky.
- e) Na základě vztahů pro η z úloh b) a d) vysvětlete, proč se pro zpomalování neutronů v atomovém reaktoru využívá jejich srážek s lehkými atomy, např. s atomy vodíku.

Řešte nejprve obecně. Předpokládejte, že nejsou překročeny meze platnosti zákonů klasické mechaniky. Úlohy a) až c) řešte také číselně pro hodnoty $m_1 = 4,00 \text{ m}_u$, $m_2 = 14,00 \text{ m}_u$, $v_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (srážka částice α s atomem dusíku).