

Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

1. Při závodech v běhu na 200 m dosáhl běžec celkového času 21,1 s. Prvních 30 m se rozbíhal rovnoměrně zrychleným pohybem. Pak až do cíle běžel rovnoměrně.
- Určete zrychlení běžce v prvním úseku a dobu, za kterou tento úsek proběhl.
 - Určete rychlost běžce v druhém úseku.
 - V kterém okamžiku byla okamžitá rychlost běžce stejně velká jako průměrná rychlost celého pohybu?
 - Znáznorněte graficky, jak se měnila velikost rychlosti běžce a proběhnutá dráha v závislosti na čase.

Řešte nejprve obecně, potom pro uvedené hodnoty.

2. Plavec chtěl ověřit svoji výkonnost při plavání na vzdálenost 200 m. Protože neměl k dispozici bazén, chtěl měření provést v řece. Uvažoval takto:

„Pásmem naměřím na břehu vzdálenost 100 m. Poplavu-li tuto dráhu po proudu a zpět proti proudu, budu mít ve směru tam rychlost $v + u$ (v je vlastní rychlost vzhledem k vodě, u je rychlost toku řeky vzhledem k břehu) a ve směru zpět rychlost $v - u$. Dosáhnu tak průměrné rychlosti

$$v_p = \frac{(v + u) + (v - u)}{2} = v,$$

tedy stejné jako v bazénu, a naměřený čas bude též stejný.“

Při pokusu však naměřil čas podstatně horší než běžně v bazénu.

- Určete vzájemný vztah mezi časy t_0 v bazénu a t v řece v závislosti na rychlostech u a v .
 - Za jaké podmínky je doba plavání v řece dvojnásobná než doba plavání v bazénu?
 - Jaký čas t' naměří plavec v řece, je-li rychlost toku poloviční než rychlost plavce vzhledem k vodě? Jakou dráhu s' přitom urazí vzhledem k vodě?
 - Pro $v = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vyjádřete graficky závislost času t na rychlosti proudu řeky u .
3. V roce 1969 byla k Měsíci vyslána kosmická loď Apollo 11 s první lidskou posádkou. Celý komplex měl na startovací rampě hmotnost $m_0 = 2940 \text{ t}$. Maximální tah motorů 1. stupně nosné rakety Saturn 5 byl $F = 3,5 \cdot 10^7 \text{ N}$ při stálé výtokové rychlosti plynů $u = 3010 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vzhledem k raketě. Předpokládejme, že raketa se po startu pohybuje svisle vzhůru a že motory pracují stále s maximálním tahem. Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ považujte za nezávislé na výšce.

- Určete hmotnostní průtok $Q_m = |\Delta m|/\Delta t$ plynů vycházejících z trysek rakety.
- Určete zrychlení a_0 rakety v okamžiku startu.
- Určete, jak se měnilo zrychlení rakety v závislosti na čase, a sestrojte graf této závislosti v časovém intervalu $\langle 0 \text{ s}; 60 \text{ s} \rangle$.
- Numericky vypočítejte a graficky znázorněte, jak se zvětšovala rychlost a dráha rakety v časovém intervalu $\langle 0 \text{ s}; 60 \text{ s} \rangle$.

Návod: Celý časový interval rozdělte na krátké intervaly stejné délky Δt . Uvnitř takového krátkého intervalu $\langle t; t + \Delta t \rangle$ má zrychlení prakticky konstantní velikost a_t . Známe-li rychlost v_t a dráhu s_t na začátku intervalu, vypočítáme jejich velikosti na konci intervalu pomocí přibližných vztahů

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \Delta t, \quad s_{t+\Delta t} = s_t + v_t \Delta t + \frac{1}{2} a_t (\Delta t)^2.$$

Zvolte časový krok $\Delta t = 10 \text{ s}$. Výpočty proveďte na kalkulačce a запиšte do tabulky, grafy sestrojte na milimetrový papír.

$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{a}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$	$\frac{v}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	$\frac{s}{\text{m}}$
0			
10			
$\vdots$			

Použijete-li místo toho počítač s tiskárnou, zvolte časový krok menší, např. $0,1 \text{ s}$.

- Betonová roura, jejíž výška je třikrát větší než průměr, stojí na vodorovné podlaze vagónu a je zajištěna proti posunutí, nikoliv proti převrácení.
 - S jakým stálým zrychlením může vlak brzdít při jízdě po přímé trati, aby se roura nepřevrátila?
 - Jakou maximální stálou rychlostí může vlak projíždět zatáčkou tvaru kruhového oblouku o poloměru 280 m , aby se roura nepřevrátila?
 - Trať přechází z přímého úseku do uvedeného kruhového oblouku. Vlak v oblouku brzdí se stálým zrychlením o velikosti $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V okamžiku, kdy vagón s rourou vjíždí do oblouku, je jeho rychlost $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Určete, zda se roura převrátí.

Předpokládejme, že koleje leží na vodorovné rovině a nejsou v zatáčce klopené. Uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

5. Betonový blok tvaru krychle o délce hrany $a = 0,40$ m má hmotnost $m = 140$ kg. Blok je třeba po vodorovné podložce přemístit do vzdálenosti $d = 12$ m.
- Jakou práci W je nutno vykonat, abychom blok přemístili překlápěním kolem jeho hrany?
 - Do jaké výšky h bychom museli krychli vyzdvihnout, abychom vykonali stejnou práci jako v úloze a)?
 - Jakou hodnotu by musel mít součinitel f smykového tření mezi blokem a podložkou, aby při posunutí bloku do vzdálenosti d byla vykonána menší práce než při překlápění?

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

6. Praktická úloha: Určení hustoty kapaliny

Porovnejte hustotu denaturovaného lihu s hustotou destilované vody při teplotě laboratoře třemi různými metodami:

- Menší láhev s uzávěrem zvažte nejprve prázdnou, pak naplněnou lihem a nakonec naplněnou destilovanou vodou. Naměříme-li hmotnosti m_0 , m_1 a m_2 , jsou hustoty lihu a vody v poměru

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0}.$$

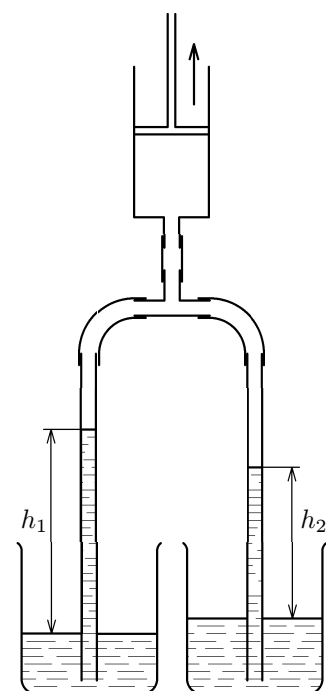
- Větší skleněnou zátku zvažíme nejprve na vzduchu, pak zavěšenou v kádince s lihem a nakonec v kádince s destilovanou vodou. Jsou-li hmotnosti závaží m_0 , m_1 a m_2 , jsou hustoty lihu a vody v poměru

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_0 - m_1}{m_0 - m_2}.$$

- Dvě delší skleněné trubičky postavíme svisle do kádinky s lihem a do kádinky s vodou. Nahoře je spojíme pomocí akvaristických hadiček a spojky tvaru T s větší plastovou injekční stříkačkou, pomocí níž z trubiček částečně odsajeme vzduch (obr.1). Obě kapaliny vystoupí do trubiček a vytvoří v nich sloupce o výškách h_1 a h_2 . Platí

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}.$$

Obr. 1



Úkoly:

- Odvoďte uvedené vztahy.
 - Proveďte měření popsány metodami. Vyhledejte v MFCh tabulkách hustotu destilované vody při teplotě laboratoře a vypočítejte hustotu denaturovaného lihu při téže teplotě.
 - Získané výsledky porovnejte.
 - Podle možností proveďte kontrolní měření hustoměrem nebo Mohrovými vážkami.
7. Bóje má tvar válce o poloměru $r = 20 \text{ cm}$ a výšce $h = 50 \text{ cm}$ a je vyrobena z ocelového plechu tloušťky $d = 1,5 \text{ mm}$ a hustoty $\rho_1 = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- a) Udrží se bóje nad hladinou vody, aby mohla sloužit k vymezení trasy lodí?
 - b) Jakou tloušťku d_1 by musel mít ocelový plech, aby bóje vyčnívala přesně polovinou svého objemu nad hladinu?
 - c) Jak by se změnil výsledek úloh a, b, kdyby byla bóje vyrobena z hliníkového plechu o hustotě $\rho_2 = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$?

Hustota vody je $\rho_0 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Objem plechu určete jako součin povrchu bóje a tloušťky plechu.