

Řešení úloh regionálního kola 38. ročníku FO, kat. C

Autoři úloh: J. Jírů (1, 2), R. Horáková (3), B. Vybíral (4)

1. úloha

a) $Q_V = Sv$, $v = \frac{Q_V}{S} = 7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1 bod

b) V okolí sacího otvoru je tlak $p_a + \rho gh_0$.

$$p_a + \rho gh_0 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v^2, \quad p_1 = p_a + \rho gh_0 - \frac{1}{2} \rho v^2 = 8,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh_1 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho gh_0, \quad p_2 = p_a - \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho gh_1 = 5,9 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

$$p_4 = p_a.$$

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh_1 = p_4 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh_2, \quad p_3 = p_a + \rho g(h_2 - h_1) = 1,46 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

3 body

c) Čerpadlo při zanedbání třecích sil zvyšuje potenciální energii vody a uvádí ji do pohybu. Jeho výkon je:

$$\begin{aligned} P = P_1 + P_2 &= \frac{mgh_2}{t} + \frac{mv^2}{2t} = \frac{V\rho gh_2}{t} + \frac{V\rho v^2}{2t} = \\ &= Q_V \rho gh_2 + \frac{Q_V \rho v^2}{2} = Q_V \rho gh_2 + \frac{Q_V^3 \rho}{2S^2} = 310 \text{ W}. \end{aligned}$$

2 body

d) Čerpadlo působí na vodu silou $F = p_r S$, kterou koná mechanickou práci. Výkon čerpadla při rychlosti toku v je

$$P' = Fv = p_r Sv = p_r Q_V = 430 \text{ W}.$$

Účinnost čerpadla je

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{Q_V \rho gh_2 + \frac{Q_V^3 \rho}{2S^2}}{p_r Q_V} = \frac{\rho gh_2 + \frac{Q_V^2 \rho}{2S^2}}{p_r} = 0,72.$$

2 body

e) Tlak ve vstupním otvoru čerpadla musí mít kladnou hodnotu, jinak by došlo k roztržení vodního sloupce.

$$p_2 = p_a - \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho gh_{1max} > 0, \quad h_{1max} < \frac{p_a}{\rho g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} - \frac{Q_V^2}{2gS^2} = 7,6 \text{ m}.$$

2 body

2. úloha

a) $T = 1,20 \text{ s}$, $f = \frac{1}{T} = 0,833 \text{ Hz}$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5,24 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

2 body

b) $y_m = 6,0 \text{ cm}$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

1 bod

c) $v_m = \omega y_m = 0,314 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

1 bod

d) $a_m = \omega^2 y_m = 1,64 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

1 bod

e) $\{y\} = 0,060 \sin\left(5,24\{t\} + \frac{\pi}{6}\right)$

1 bod

f) $\{v\} = 0,314 \sin\left(5,24\{t\} + \frac{\pi}{6}\right)$

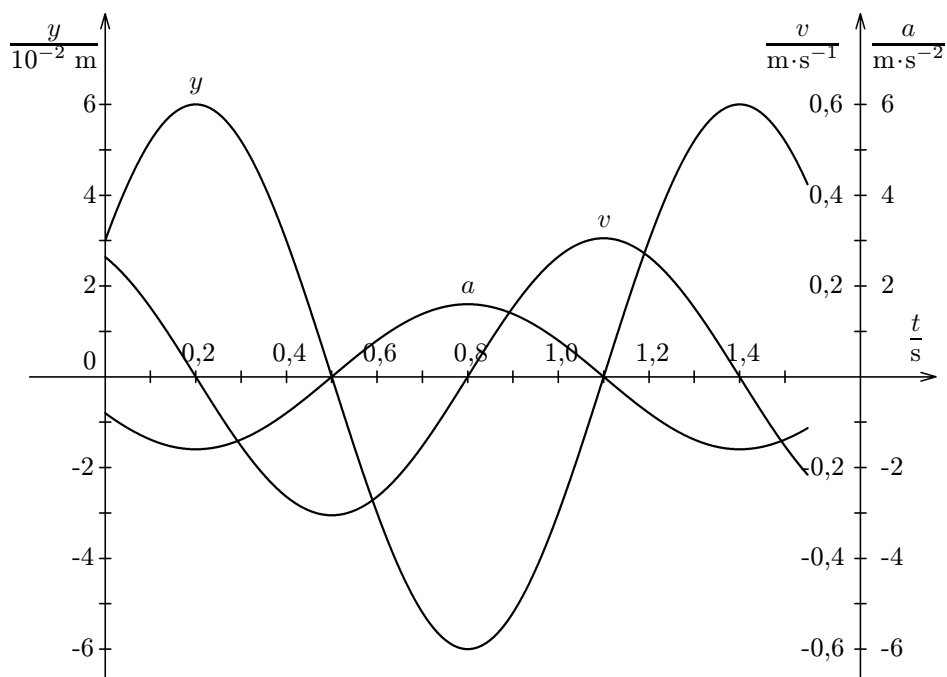
1 bod

g) $\{a\} = 1,64 \sin\left(5,24\{t\} + \frac{\pi}{6}\right)$

1 bod

h) Doplněný obrázek:

2 body



3. úloha

a) Pomocí stavové rovnice určíme objem plynu V_1 na počátku dějů:

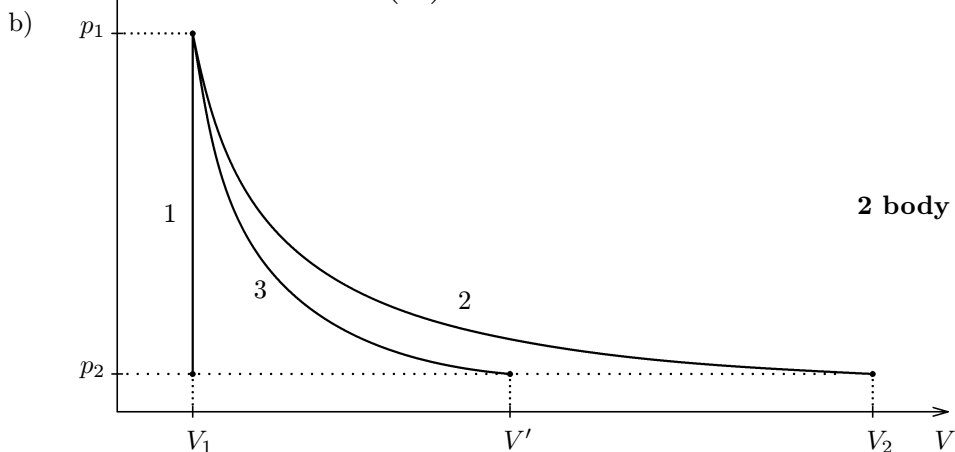
$$p_1 V_1 = \frac{m R_m T_1}{M_m}, \quad V_1 = \frac{m R_m T_1}{p_1 M_m} = 0,143 \text{ m}^3. \quad \text{1 bod}$$

1. Izochorický děj: $V_2 = V_1$, $T_2 = \frac{T_1 p_2}{p_1} = 50 \text{ K}$. 1 bod

2. Izotermický děj: $T_2 = T_1$, $V_2 = \frac{V_1 p_1}{p_2} = 1,43 \text{ m}^3$. 1 bod

3. Adiabatický děj: $V_2' = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,741 \text{ m}^3$, 1 bod

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 259 \text{ K}. \quad \text{1 bod}$$



c) 1. Izochorický děj: $W = 0$, $\Delta U = c_V m \Delta T = \frac{c_p m \Delta T}{\kappa} = -322 \text{ kJ}$. 1 bod

2. Adiabatický děj: $W' = -\Delta U = \frac{c_p m (T_1 - T_2)}{\kappa} = 172 \text{ kJ}$, $\Delta U = -172 \text{ kJ}$.

1 bod

d) Izotermický děj: $\Delta U = 0$. 0,5 bodu

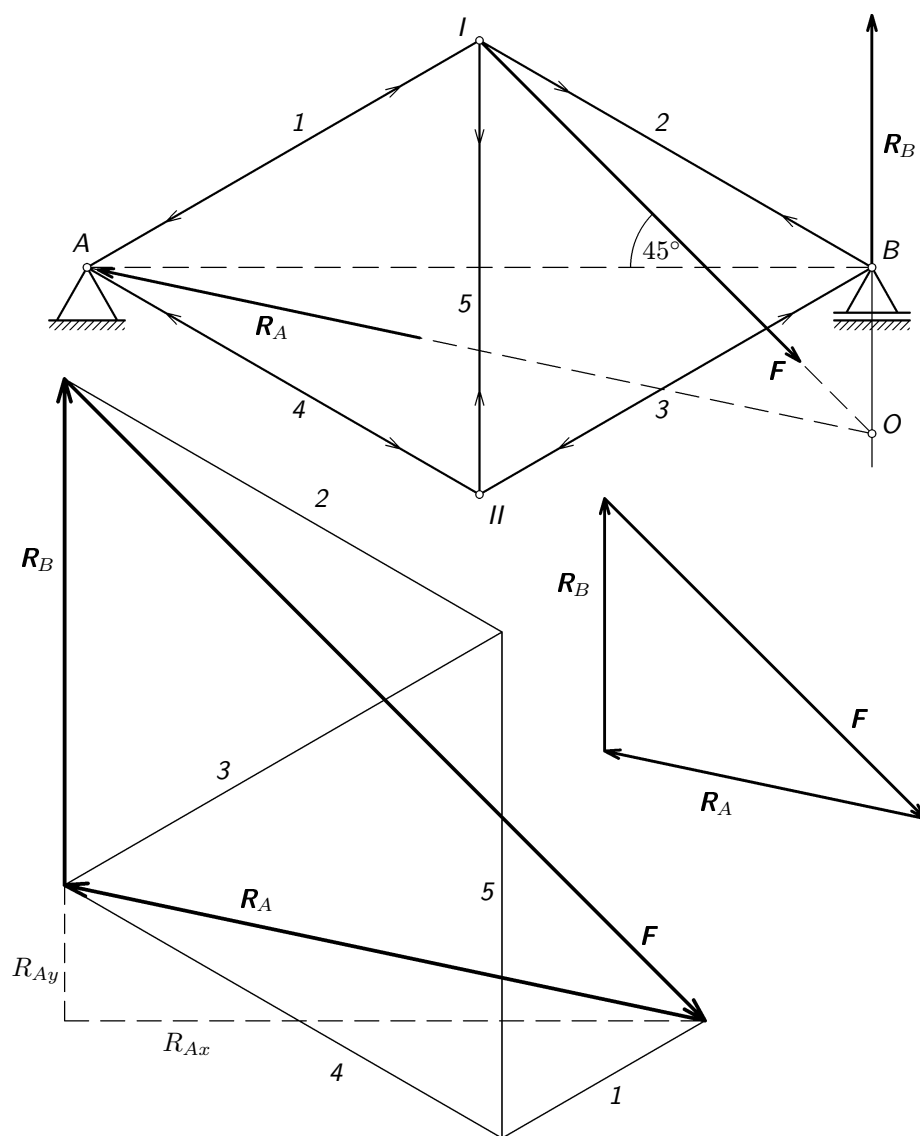
e) Z obr. R1 je patrné, že největší práci vykoná plyn při izotermickém ději.

0,5 bodu

4. úloha. Tabulka výsledků získaných grafickým řešením:

Síla	R_A	R_{Ax}	R_{Ay}	R_B	1	2	3	4	5
F/N	4350	4250	900	3330	1570	3330	3330	3330	3330
					tah	tlak	tah	tah	tlak

Měřítko: dispozice $1 \text{ mm} \hat{=} 10 \text{ mm}$, síly $1 \text{ mm} \hat{=} 100 \text{ N}$,
silový obrazec $1 \text{ mm} \hat{=} 50 \text{ N}$.



Bodové hodnoty jednotlivých úkolů: a) 4 body, b) 4 body, c) 2 body.
Jednotlivé styčníky mohou být řešeny samostatně.