

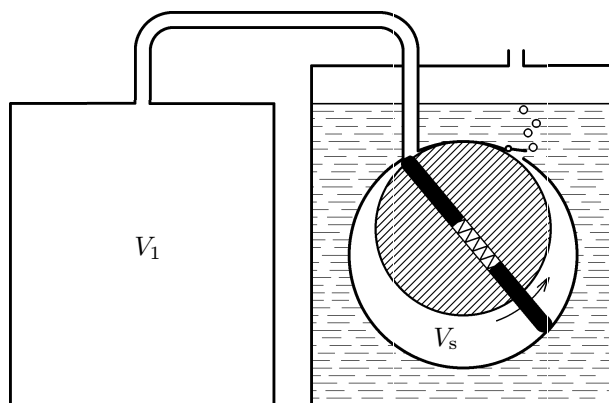
Úlohy 1. kola 38. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Ve válcové čerpací komoře rotační olejové vývěvy se otáčí excentricky umístěný válcový píst se dvěma šoupátky, která dosedají na stěny komory a oddělují sací prostor od prostoru výtlačného. Sací prostor se postupně zvětšuje; po dosažení objemu V_s je uzavřen šoupátkem a mění se v prostor výtlačný (obr. 1).

Vývěva je spojena trubicí s nádobou, ze které čerpáme vzduch, který má před spuštěním vývěvy tlak p_1 a teplotu t_1 . Objem nádoby i s trubičkou je V_1 . Po čáteční poloze rotoru je stejná jako na obr. 1.

- Vypočtete tlak a teplotu vzduchu v nádobě v okamžiku, kdy se píst otočil o prvních 180° . Vzduch považujte za ideální plyn a jeho rozpínání za adiabatické.
- Určete počet N_1 otáček vývěvy, po kterém tlak v čerpané nádobě klesne pod požadovanou hodnotu p_k , kdyby celé čerpání probíhalo jako adiabatický děj. Jak by se v takovém případě změnila teplota v nádobě?
- Při delším čerpání nelze zanedbat tepelnou výměnu mezi nádobou a plynem. Po vypnutí vývěvy se teplota v nádobě po krátké době vyrovná s teplotou okolí na původní hodnotu t_1 . Určete počet N_2 otáček vývěvy tak, aby tlak v nádobě zůstal po vypnutí vývěvy pod požadovanou hodnotou p_k i po vyrovnání teploty.
- Posuďte, proč reálný počet otáček musí být větší než vámi vypočtená hodnota.

Řešte obecně a potom pro hodnoty: $p_1 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 30,0$ dm³, $V_s = 0,300$ dm³, $p_k = 5,0$ Pa, $t_1 = 22,0$ °C. Poissonova konstanta vzduchu je $\kappa = 1,40$.

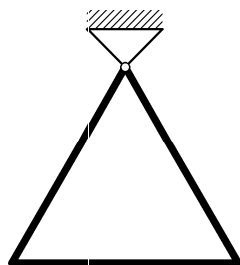


Obr. 1

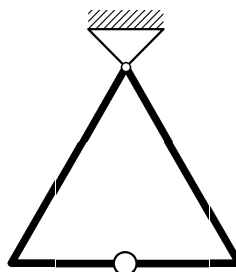
2. Deskový kondenzátor má rovnoběžné desky, každou o obsahu S , ve vzájemné vzdálenosti d . Mezi deskami je vzduch a kondenzátor je připojen ke zdroji stálého napětí U . Jednu desku budeme přibližovat ke druhé stálou rychlostí v .
- Nakreslete pro dané číselné hodnoty graf závislosti náboje kondenzátoru na čase.
 - Určete čas t' , při kterém bude na kondenzátoru náboj Q' .
 - Určete průměrnou hodnotu proudu odebíraného ze zdroje během n -té a během m -té desetiny sekundy od začátku pohybu desky.
 - Nalezněte vztah popisující závislost okamžitého proudu na čase.
 - Ke zdroji stálého napětí U zapojíme do série dva stejné kondenzátory, které mají opět obsah desek S a počáteční vzdálenost desek d . U jednoho z nich začneme přibližovat jednu desku ke druhé rychlostí v . Určete čas t'' , kdy na pohyblivém kondenzátoru bude náboj Q'' . Jaké bude v tomto okamžiku napětí na každém kondenzátoru?

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $S = 400 \text{ cm}^2$, $v = 1,00 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $U = 50,0 \text{ V}$, $d = 15 \text{ cm}$, $Q' = 1,00 \text{ nC}$, $Q'' = 0,10 \text{ nC}$, $n = 100$, $m = 145$. Permittivita vakua má hodnotu $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

3. a) Kyvadlo je tvořeno drátem konstantního průřezu ohnutým do tvaru rovnostranného trojúhelníku o straně a , který je upevněn otáčivě v jednom vrcholu (obr. 2a). Určete dobu kmitu a redukovanou délku kyvadla.
- b) Jak se změní doba kmitu, upevníme-li do středu dolní strany trojúhelníku hmotný bod o stejné hmotnosti, jako je hmotnost drátu (obr. 2b)?



Obr. 2a



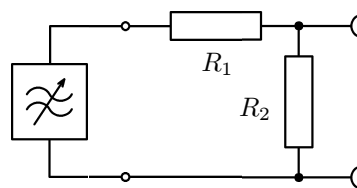
Obr. 2b

4. Do komína výšky h , na jehož dně je dokonale pružná vodorovná ocelová deska, vhodíme postupně n dokonale pružných ocelových koulí, pro jejichž hmotnosti platí $m_{i+1} = q \cdot m_i$, kde $q < 1$. Zanedbejte rozměry koulí proti výšce komína a odpor vzduchu. Předpokládejte, že středy koulí se budou stále pohybovat po přímce, která je osou komína. Počáteční rychlosti koulí při vha-
zování do komína

jsou nulové. Vhazují se postupně od první do n -té se zanedbatelným časovým odstupem.

- Určete rychlost poslední koule těsně po odrazu od koule předposlední.
- Kolik koulí bychom museli do komína vhodit, aby poslední koule překonala rychlost zvuku $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, jestliže $q = 0,10$, $h = 20 \text{ m}$ a $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
- Jakou část celkové mechanické energie získá poslední koule v úloze b)?

5. Nezátížený tónový generátor má svorkové napětí $U_0 = 10,0 \text{ V}$. Odebíráme-li proud $1,00 \text{ mA}$, poklesne svorkové napětí na $7,0 \text{ V}$. Ke generátoru připojíme odporový dělič tvořený dvěma rezistory (obr. 3). Určete jejich odpory R_1 a R_2 tak, aby upravený zdroj měl napětí naprázdno $U'_0 = 100 \text{ mV}$ a vnitřní odpor $R'_i = 75 \Omega$.



Obr. 3

6. Praktická úloha: Ověření teoretických výpočtů objemu plynu

Určete, jaký objem zaujímá při atmosférickém tlaku a teplotě laboratoře plynný oxid uhličitý získaný vypuštěním náplně sifonové bombičky. Zjištěnou hodnotu porovnejte s hodnotou vypočtenou ze stavové rovnice a van der Waalsovy rovnice.

Pomůcky: sifonová bombička, hlavice od sifonové lahve, mikrotenový sáček $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$, gumička, laboratorní váhy, sada závaží, teploměr a barometr

Provedení úlohy: Vážením určete hmotnost prázdného mikrotenového sáčku a gumičky m_1 a hmotnost m_2 plně sifonové bombičky. Gumičkou připevníte sáček k hlavici sifonu (místo láhve). Vypusťte náplň do sáčku. U hlavice sáček stiskněte rukou a touž gumičkou uzavřete. Určete hmotnost m_3 prázdné bombičky a po vyrovnaní teplot vyvažte sáček se zachyceným plynem závažím o hmotnosti m_4 .

Změřte teplotu T v laboratoři a atmosférický tlak p . V tabulkách nalezněte kritickou teplotu oxidu uhličitého a porovnejte ji s teplotou místnosti.

Na sáček s plynem působí okolní vzduch zanedbatelnou vztlakovou silou

$$F_{vz} = V \varrho_v g = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4)g.$$

Zdůvodněte. Hustotu ϱ_v vzduchu při atmosférické teplotě T a atmosférickém tlaku p vypočítáme ze stavové rovnice:

$$\varrho_v = \frac{M_m p}{R_m T},$$

kde $M_m = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ je molární hmotnost vzduchu a R_m je molární plynová konstanta. Spojením obou vztahů dostaneme pro objem sáčku:

$$V = \frac{(m_1 + m_2 - m_3 - m_4)R_m T}{pM_m}.$$

Ze stavové rovnice můžeme také přímo vypočítat objem oxidu uhličitého, jehož látkové množství je

$$n = \frac{m_2 - m_3}{M_m(\text{CO}_2)},$$

při teplotě a tlaku v laboratoři:

$$V = \frac{nR_m T}{p}.$$

Přesnější hodnotu objemu dostaneme numerickým řešením van der Waalsovy rovnice ve tvaru:

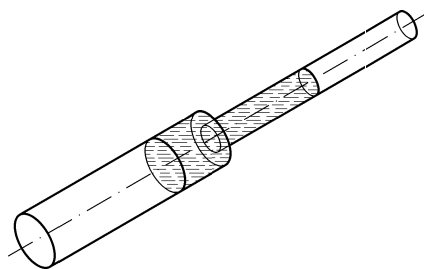
$$\left(p - \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nR_m T.$$

Konstanty a , b mají pro oxid uhličitý hodnoty: $a = 0,3654 \text{ J} \cdot \text{mol}^3 \cdot \text{m}^{-2}$, $b = 42,81 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Všechny tři výsledky porovnejte a zhodnoťte přesnost experimentu.

7. Do kapiláry zhotovené ze dvou tenkých skleněných trubiček o průměrech d_1 a d_2 byla nasáta velká kapka vody o hmotnosti m (obr. 4). Pokud kapilára leží ve vodorovné poloze, celá kapka „vklouzne“ do užší části, a když kapiláru otočíme do svislé polohy, celá kapka z ní vyteče. Při jaké odchylce osy kapiláry od vodorovné roviny bude část kapky v tlustší a část v tenčí trubičce? Voda má povrchové napětí σ a hustotu ρ . Stykový úhel vody se sklem je ϑ .

Řešte obecně a potom pro hodnoty: $d_1 = 1,0 \text{ mm}$, $d_2 = 2,0 \text{ mm}$, $m = 0,075 \text{ g}$, $\sigma = 0,073 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\vartheta = 8^\circ$, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 4