

**ŘEŠENÍ ÚLOH I. KOLA 38. ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ
OLYMPIÁDY. Kategorie A**

- 1.a) Úhlovou rychlost a úhlové zrychlení tyče při odchylce φ od počáteční svislé polohy určíme ze zákona zachování energie a z pohybové rovnice otáčivého pohybu:

$$\frac{1}{2}J\omega^2 + mg\frac{l}{2}\cos\varphi = mg\frac{l}{2}, \quad M = F_G\frac{l}{2}\sin\varphi = J\varepsilon,$$

kde $J = \frac{ml^2}{3}$ je moment setrvačnosti tyče vzhledem ke kolmé ose procházející jejím koncem. Po dosazení a úpravě dostaneme:

$$\omega^2 = \frac{3g(1 - \cos\varphi)}{l}, \quad \varepsilon = \frac{3g\sin\varphi}{2l}.$$

Z toho určíme velikosti normálové a tečné složky zrychlení těžiště T tyče:

$$a_n = \omega^2\frac{l}{2} = \frac{3}{2}g(1 - \cos\varphi), \quad a_t = \varepsilon\frac{l}{2} = \frac{3}{4}g\sin\varphi.$$

Na tyč působí během pohybu v těžišti tíhová síla $\mathbf{F}_G$ a na dolním konci reakce podlahy $\mathbf{R}$. Jejich výslednice určuje zrychlení těžiště tyče.

$$\mathbf{F}_G + \mathbf{R} = m\mathbf{a}.$$

S využitím obr. R1 rozepíšeme předcházející rovnici podle souřadnic:

$$R_x = ma_x = m(a_t \cos\varphi - a_n \sin\varphi) = \frac{1}{4}mg\sin\varphi(9\cos\varphi - 6),$$

$$\begin{aligned} R_y &= m(g - a_t \sin\varphi - a_n \cos\varphi) = mg \left[1 - \frac{3}{4}\sin^2\varphi - \frac{3}{2}(1 - \cos\varphi)\cos\varphi \right] = \\ &= \frac{1}{4}mg(1 - 6\cos\varphi + 9\cos^2\varphi) = \frac{1}{4}mg(1 - 3\cos\varphi)^2. \end{aligned}$$

Podle 3. pohybového zákona reakce podlahy $\mathbf{R}$ má opačný směr a je stejně velká jako síla $\mathbf{F}$, kterou se tyč opírá o podlahu. Její velikost a směr určují vztahy:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R_x}{R_y} = \frac{\sin\varphi(9\cos\varphi - 6)}{(1 - 3\cos\varphi)^2},$$

$$F = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \frac{mg}{4} \sqrt{\sin^2\varphi(9\cos\varphi - 6)^2 + (1 - 3\cos\varphi)^4},$$

po úpravě

$$F = \frac{mg}{4} \sqrt{\sin^2 \varphi + (10 \cos \varphi - 6)^2}.$$

Príslušné grafy jsou na obr. R2 až R4.

Diskuse: Z obr. R2 vidíme, že v počáteční poloze se uplatní celá tíha tyče a síla $\mathbf{F}$ má velikost $mg = 19,6$ N. Během kácení se velikost síly $\mathbf{F}$ zmenšuje a pro úhel $\varphi \doteq 53^\circ$ dosáhne minima $F_{\min} \doteq 0,199 \cdot mg \doteq 3,91$ N. V závěrečné fázi pohybu se síla $\mathbf{F}$ zvětšuje a při dopadu má velikost přibližně $1,52 \cdot mg = 29,8$ N.

Z grafu na obr. R3 a R4 vidíme, že úhel α má na počátku stejnou orientaci jako úhel φ . Maxima o velikosti asi $20,3^\circ$ dosáhne pro $\varphi_1 \doteq 35,1^\circ$. V maximu platí $\tan \alpha \doteq 0,37$. Pak se úhel α začne rychle zmenšovat, pro $\varphi_2 \doteq 48,2^\circ$ dosáhne nuly a reakce $\mathbf{R}$ se odkloní na opačnou stranu než tyč. Pro $\varphi_3 \doteq 70,5^\circ$ dosáhne reakce vodorovného směru a začne se otáčet zpět. V okamžiku dopadu tyče platí $\alpha \doteq -80,5^\circ$.

Odvozené vztahy zřejmě nezávisí na délce tyče l .

4 body

- b) Je-li tyč na dolním konci jen podepřena, vzniká vodorovná složka $\mathbf{R}_x$ reakce podlahy jako síla smykového tření, která musí splňovat vztah $|R_x| \leq f R_y$, kde f je součinitel smykového tření mezi tyčí a podlahou. Z toho plyne

$$|\tan \alpha| = \frac{|R_x|}{R_y} \leq f.$$

Ke sklouznutí tyče dojde v okamžiku překročení mezního úhlu

$$\alpha_m = \arctg f.$$

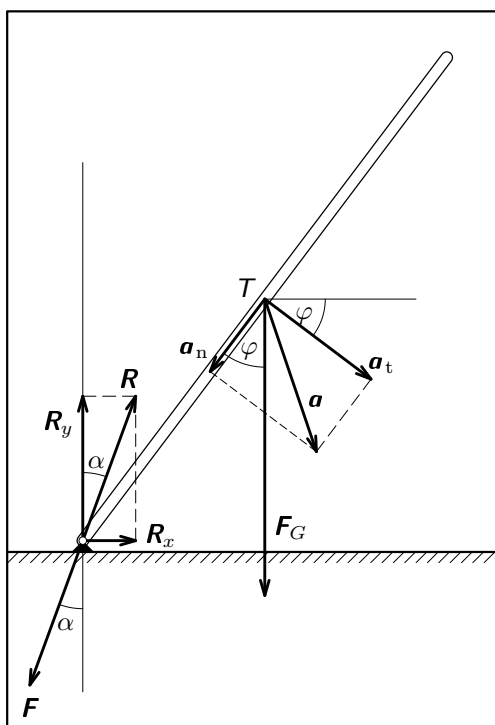
Pokud je hodnota součinitele smykového tření menší než $0,37$, nastane tato situace ještě před dosažením úhlu φ_1 a konec tyče začne podkluzovat na opačnou stranu, než na kterou se tyč kácí. Je-li však součinitel smykového tření větší než $0,37$, dojde ke sklouznutí až mezi úhly φ_2 a φ_3 a to na stejnou stranu, na kterou se tyč kácí.

Pro danou hodnotu $f = 0,20$ vyčteme z obr. R4, že tyč začne pokluzovat při sklonu $\varphi \doteq 16^\circ$ a to na opačnou stranu, než na kterou se kácí. Pro hodnotu $f = 0,50$ dojde ke sklouznutí při sklonu $\varphi \doteq 52^\circ$ a to na stejnou stranu, na kterou se tyč kácí.

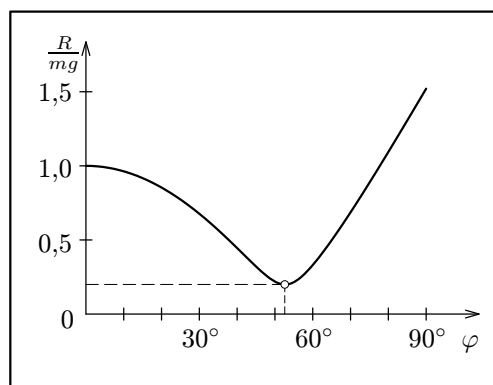
4 body

- c) Za zprávu o provedených experimentech ...

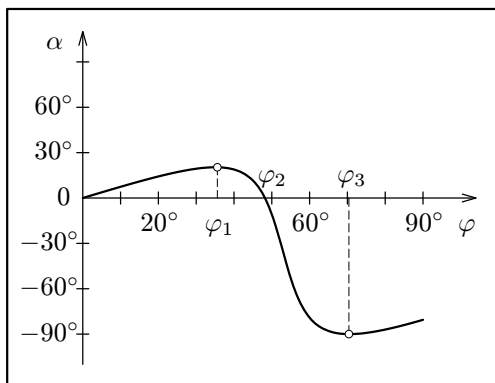
2 body



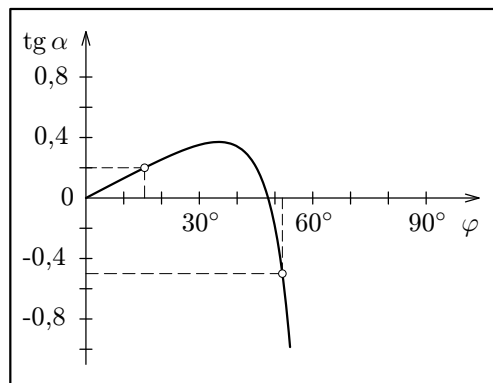
Obr. R1



Obr. R2

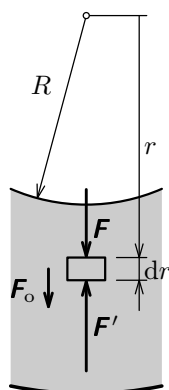


Obr. R3



Obr. R4

2.a)



Obr. R5

Z kapaliny vybereme válcový element s malou plochou S_0 a tloušťkou dr ve vzdálenosti r od osy válce (Obr. R5). Tlakové síly F F' působící na podstavy elementu jsou v rovnováze se silou odstředivou dF_o . Platí

$$F_o = F' - F, \quad S_0 \cdot dr \cdot \rho_0 \cdot \omega^2 \cdot r = dp \cdot S_0,$$

Hydrostatický tlak v hloubce h získáme integrací:

$$p = \rho_0 \omega^2 \int_R^{R+h} r \cdot dr = \frac{\rho_0 \omega^2 (h^2 + 2Rh)}{2}.$$

V rotujícím válci závisí hydrostatický tlak na hloubce kvadraticky.

2 body

- b) Pokud není tyč zcela ponořena, působí na ni vztlaková síla, která je rovna tlakové síle na podstavu tyče:

$$F_{vz} = pS = \frac{S \rho_0 \omega^2 (h^2 + 2Rh)}{2}.$$

Tuto sílu porovnáme s odstředivou silou, která by působila na kapalinu vyplňující ponořenou část tyče:

$$F_{o1} = S \rho_0 \omega^2 \int_R^{R+h} r \cdot dr = \frac{S \rho_0 \omega^2 (h^2 + 2Rh)}{2}.$$

Obě síly jsou stejně velké. Na tyč částečně ponořenou do kapaliny tvořící „válcové moře“ působí vztlaková síla stejně velká jako odstředivá síla působící na kapalinu, která by vyplnila objem ponořené části tyče.

2 body

- c) Pokud se v rovnovážné poloze zavěšená tyč nedotýká pláště válce, platí $F_{o2} = F_p + F_{vz}$, kde F_o je velikost odstředivé síly, která působí na tyč, $F_p = kh$ je velikost síly, kterou působí pružina a F_{vz} je velikost vztlakové síly. Velikost odstředivé síly určíme integrací:

$$F_{o2} = S \rho_0 \omega^2 \int_{R+h-l}^{R+h} r \cdot dr = S \rho_0 \omega^2 \frac{2l(R+h) - l^2}{2}.$$

Dosazením a úpravou dojdeme ke kvadratické rovnici

$$\frac{\omega^2 \rho_0 S}{2} h^2 + (\omega^2 \rho_0 S R + k - \omega^2 \rho_0 S l) h + \frac{\omega^2 \rho_0 S l^2}{2} - \omega^2 \rho_0 S l R = 0.$$

2 body

Aby se tyč právě dotkla dna, tj. aby vyhovoval kořen $h = l$, musela by úhlová rychlost válce vyhovovat podmínkce

$$\omega^2 = \frac{2k}{S(\varrho - \varrho_0)(2R + l)},$$

což odvodíme dosazením hodnoty $h = l$ do rovnice a úpravou. Podmínka může být splněna jen v případě, že $\varrho > \varrho_0$. Budeme-li v tomto případě dále zvětšovat úhlovou rychlost, tyč se bude opírat o plášť válce a její poloha se nebude měnit.

Jestliže $\varrho < \varrho_0$, tyč nedosáhne dna při sebevětší úhlové rychlosti. **2 body**

- d) Pro zadané hodnoty řešením kvadratické rovnice dostaneme $h = 11,7$ cm. **2 body**

- 3.** Intenzita výsledného elektrického pole čtyř bodových nábojů je v kterémkoliv bodu prostoru vektorovým součtem intenzit, které by v daném bodu vyvolaly jednotlivé náboje. Potenciál je skalárním součtem potenciálů polí jednotlivých nábojů.

Bodový náboj okolo sebe vytváří radiální elektrické pole. V bodu, který je od bodového náboje posunut o vektor $\mathbf{r}$ (obr. R6), určíme elektrický potenciál a intenzitu elektrického pole pomocí vztahů:

$$\varphi = \frac{kQ}{r}, \quad \mathbf{E} = \frac{kQ}{r^3} \mathbf{r}, \quad \text{kde } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

je konstanta úměrnosti Coulombova zákona.

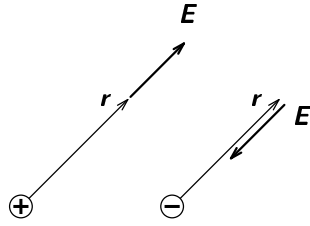
2 body

- a) V bodě na ose x platí podle obr. R7:

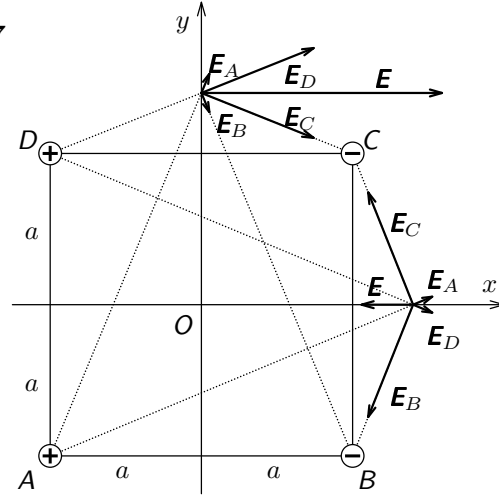
$$\varphi = 2 \frac{kQ}{\sqrt{a^2 + (x+a)^2}} - 2 \frac{kQ}{\sqrt{a^2 + (x-a)^2}},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B + \mathbf{E}_C + \mathbf{E}_D = \\ &= \frac{kQ}{(a^2 + (x+a)^2)^{1.5}}(x+a, a) + \frac{kQ}{(a^2 + (x+a)^2)^{1.5}}(x+a, -a) + \\ &\quad + \frac{-kQ}{(a^2 + (x-a)^2)^{1.5}}(x-a, a) + \frac{-kQ}{(a^2 + (x-a)^2)^{1.5}}(x-a, -a). \end{aligned}$$

Obr. R6



Obr. R7



Výsledný vektor je rovnoběžný s osou x a má x -ovou souřadnici

$$E_x = 2kQ \left(\frac{x+a}{(a^2 + (x+a)^2)^{1.5}} - \frac{x-a}{(a^2 + (x-a)^2)^{1.5}} \right).$$

(Poznámka: Protože osa x je siločárou, platí také $E_x = -d\varphi/dx$.)

Odvozené vztahy se zjednoduší, zavedeme-li novou proměnnou $\xi = x/a$. Po úpravě:

$$\varphi = \frac{2kQ}{a} \left(\frac{1}{\sqrt{1+(\xi+1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+(\xi-1)^2}} \right),$$

$$E_x = \frac{2kQ}{a^2} \left(\frac{\xi+1}{(1+(\xi+1)^2)^{1.5}} - \frac{\xi-1}{(1+(\xi-1)^2)^{1.5}} \right).$$

Diskuse: Vyjdeme z grafů na obr. R8 a z numerického řešení rovnice $E_x = 0$, která má kořeny $x_{1,2} \doteq \pm 1,166a$. Na kladné poloose x je potenciál záporný a v bodě x_1 dosahuje minima $\varphi_{\min} \doteq -1,135kQ/a$. Na záporné poloose x je potenciál kladný a v bodě x_2 dosahuje maxima $\varphi_{\max} \doteq 1,135kQ/a$.

V intervalu $\langle x_2, x_1 \rangle$ je souřadnice E_x kladná, intenzita elektrického pole tedy je orientována ve směru kladné poloosy x . V bodě $x = 0$ dosahuje maximální velikosti $E_0 = \sqrt{2}kQ/a^2$.

V intervalech $\langle -\infty, x_2 \rangle$ a $\langle x_1, \infty \rangle$ je souřadnice E_x záporná, intenzita elektrického pole tedy je orientována ve směru záporné poloosy x . Numerickým

řešením rovnice

$$\frac{dE_x}{d\xi} = \frac{2kQ}{a^2} \left(\frac{1 - 2(\xi + 1)^2}{(1 + (\xi + 1)^2)^{2.5}} - \frac{1 - 2(\xi - 1)^2}{(1 + (\xi - 1)^2)^{2.5}} \right) = 0$$

nalezneme body $x_{3,4} \doteq \pm 1,778a$, kde velikost intenzity dosahuje lokálního extrému $E \doteq 0,55kQ/a^2$. **5 bodů**

- b) Na celé ose y je potenciál nulový. Intenzitu určíme podobně jako v úloze a). Zjistíme, že ve všech bodech osy y má intenzita směr kladné poloosy x a její velikost je určena vztahem

$$E = \frac{2kQa}{(a^2 + (y + a)^2)^{1.5}} + \frac{2kQa}{(a^2 + (y - a)^2)^{1.5}}$$

a po zavedení proměnné $\eta = y/a$

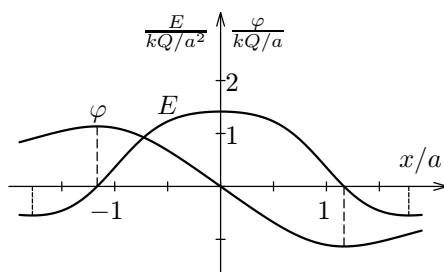
$$E = \frac{2kQ}{a^2} \left(\frac{1}{(1 + (\eta + 1)^2)^{1.5}} + \frac{1}{(1 + (\eta - 1)^2)^{1.5}} \right).$$

Diskuse: Vyjdeme z grafů na obr. R9. Velikost intenzity dosahuje maxima v bodech, jejichž polohu určíme numerickým řešením rovnice

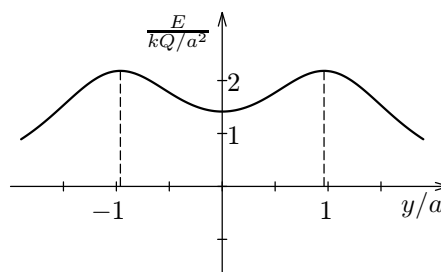
$$\frac{dE}{d\eta} = \frac{2kQ}{a^2} \left(\frac{3(\eta + 1)}{(1 + (\eta + 1)^2)^{2.5}} + \frac{3(\eta - 1)}{(1 + (\eta - 1)^2)^{2.5}} \right) = 0.$$

Dostaneme: $y_{1,2} \doteq \pm 0,962a$, $E \doteq 2,183kQ/a^2$.

3 body



Obr. R8



Obr. R9

Výsledky úlohy jsou v souladu se siločárovým modelem na obr. R10:

- 4.a) Světlo všech vlnových délek dopadá na první lámavou stěnu hranolu pod stejným úhlem dopadu $\alpha_1 = 90^\circ - \varepsilon = 62,0^\circ$. Ze zákona lomu a věty o vnějším úhlu v trojúhelníku odvodíme (obr. R11):

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = n, \quad \beta_2 = \varphi - \beta_1,$$

kde n je index lomu flintového skla. (Index lomu vzduchu je prakticky roven jedné.) V MFCh tabulkách jsou uvedeny indexy lomu flintového skla jen pro vlnové délky Fraunhoferových čar A až H. Lineární interpolací určíme indexy lomu pro krajní spektrální čáry heliového spektra:

$$n_c = 1,739, \quad n_f = 1,786.$$

Postupně vypočítáme:

$$\beta_{1c} = 30,513^\circ, \quad \beta_{2c} = 29,487^\circ, \quad \alpha_{2c} = 58,87^\circ,$$

$$\beta_{1f} = 29,628^\circ, \quad \beta_{2f} = 30,372^\circ, \quad \alpha_{2f} = 64,56^\circ.$$

3 body

Paprsky červeného světla při dopadu na objektiv dalekohledu svírají s jeho optickou osou úhel $\tau_c = |90^\circ - \alpha_{2c} - \varepsilon| = 3,13^\circ$. V ohniskové rovině objektivu se sbíhají v bodě A , jehož vzdálenost od ohniska je $|AF| = f_1 \cdot \operatorname{tg} \tau_c = 5,5 \text{ mm}$ (obr. R12).

Paprsky fialového světla při dopadu na objektiv dalekohledu přicházejí z opačné strany optické osy a svírají s ní úhel $\tau_f = |90^\circ - \alpha_{2f} - \varepsilon| = 2,56^\circ$. V ohniskové rovině objektivu se sbíhají v bodě B , jehož vzdálenost od ohniska je $|BF| = f_1 \cdot \operatorname{tg} \tau_f = 4,5 \text{ mm}$.

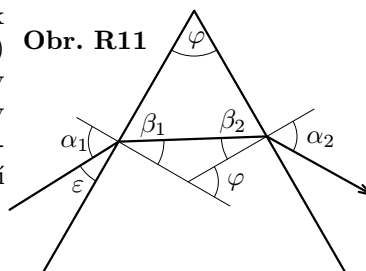
Vzdálenost červené a fialové čáry v ohniskové rovině objektivu je $|AB| = 9,9 \text{ mm}$.

4 body

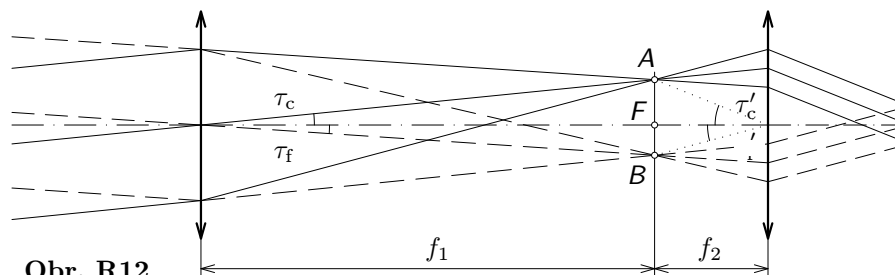
- b) Z okuláru dalekohledu vystupují paprsky červeného světla jako rovnoběžný svazek, který svírá s optickou osou dalekohledu úhel τ'_c . Platí

$$\operatorname{tg} \tau'_c = \operatorname{tg} \tau_c \cdot \frac{f_1}{f_2}, \quad \tau'_c = 12,3^\circ.$$

Paprsky fialového světla při výstupu z okuláru svírají s optickou osou dalekohledu úhel τ'_f , který určíme stejným způsobem. Dostaneme $\tau'_f = 10,1^\circ$.



Oba svazky paprsků spolu svírají zorný úhel spektra $\tau'_c + \tau'_f = 22,5^\circ$.



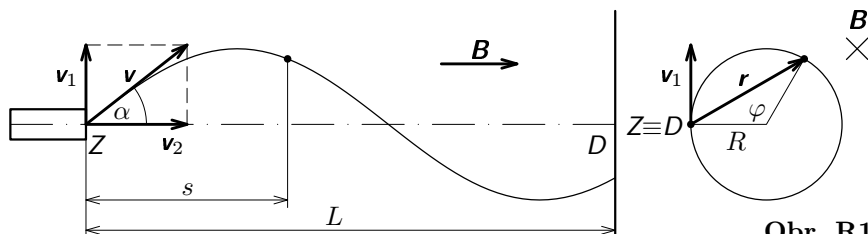
Obr. R12

5. Elektrony vylétují z trysky rychlostí

$$v = \sqrt{\frac{2Ue}{m}} = 4,19 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

kde m je hmotnost elektronu a e je elementární elektrický náboj. Tato rychlost je malá ve srovnání s rychlostí světla ve vakuu, můžeme proto zanedbat relativistické zvětšení hmotnosti elektronu.

1 bod



Obr. R13

- a) Na elektron, jehož rychlost $\mathbf{v}$ svírá se směrem magnetické indukce $\mathbf{B}$ úhel α působí magnetická síla F o velikosti $F = Bev \sin \alpha$, která je kolmá k vektorům $\mathbf{B}$, $\mathbf{v}$. Vektor rychlosti $\mathbf{v}$ rozložíme na složku $\mathbf{v}_1$ kolmou k ose a ke směru magnetické indukce a na složku $\mathbf{v}_2$ rovnoběžnou s osou. Síla $\mathbf{F}$ mění jen směr složky $\mathbf{v}_1$. Pohyb elektronu probíhá po šroubovici a je složen z rovnoměrného pohybu ve směru osy a z rovnoměrného pohybu po kružnici v rovině kolmé k ose (obr R13). Poloměr této kružnice určíme z rovnosti dostředivé

a magnetické síly:

$$\frac{mv_1^2}{R} = Bev_1, \quad R = \frac{mv_1}{Be} = \frac{mv \sin \alpha}{Be} = \sin \alpha \sqrt{\frac{2Um}{B^2 e}}.$$

Úhlová rychlost pohybu po kružnici je

$$\omega = \frac{v_1}{R} = \frac{Be}{m}.$$

Vzdálenost elektronu od osy se periodicky mění podle vztahu

$$r = 2R \left| \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right| = 2R \left| \sin \left(\frac{\omega t}{2} \right) \right| = 2R \left| \sin \left(\frac{Bet}{2m} \right) \right|.$$

Dráha elektronu ve směru osy se zvětšuje podle vztahu $s = v_2 t = vt \cos \alpha$.
V rovině stínítka platí

$$t = \frac{L}{v_2} = \frac{L}{v \cos \alpha}, \quad r = 2R \left| \sin \left(\frac{BeL}{2mv \cos \alpha} \right) \right|.$$

3 body

Pro malý úhel α můžeme psát

$$\cos \alpha \doteq 1, \quad r = 2R \left| \sin \left(\frac{BeL}{2mv} \right) \right|.$$

Nejmenší magnetická indukce $B_{\min}$, při které šroubovice elektronů s malou odchylkou protnou střed stínítka, splňuje vztah

$$\frac{B_{\min} e L}{2mv} = \pi, \quad B_{\min} = \frac{2\pi m v}{e L} = \frac{2\pi}{L} \sqrt{\frac{2Um}{e}}.$$

Pro dané hodnoty $B_{\min} = 5,00 \text{ mT}$.

3 body

b) V poli s indukcí $B_{\min}$ platí

$$r = 2R \left| \sin \left(\frac{\pi}{\cos \alpha} \right) \right| = \sqrt{\frac{8Um}{B_{\min}^2 e}} \sin \alpha \cdot \left| \sin \left(\frac{\pi}{\cos \alpha} \right) \right|.$$

Pro $\alpha = 30^\circ$ dostaneme $r = 2,2 \text{ cm}$.

3 body

6. Očekávané výsledky:

- b) Vlnová délka světla HeNe laseru je 632,8 nm. Laserové diody používané v ukazovátkách vyzařují světlo o vlnové délce 670 nm.
- c) d) Vzdálenost středů sousedních záznamových stop na kompaktním disku je 1,6 μm . Celá spirála záznamu je dlouhá asi 5 km.

7. Zahříváme-li desku na podložce, která nemá stejný teplotní součinitel délkové roztažnosti, dochází k jejímu posouvání po povrchu podložky. Je-li přítláčná síla rovnoměrně rozložena, posouvají se opačné konce desky na vodorovné podložce v opačných směrech stejně. Těžiště desky zůstává stále na stejném místě. Situace se změní, jestliže podložku nakloníme.

Roste-li teplota, horní konec desky se posouvá nahoru a dolní dolů. Mezi konci desky musí existovat bod M , který zůstává na stejném místě. Předpokládejme, že leží výše než těžiště desky, a jeho vzdálenost od těžiště označme x_1 . Celá část desky nad bodem M se posouvá nahoru a proti tomuto pohybu působí síla tření F_{t1} . Celá část desky pod bodem M se posouvá dolů a proti tomuto pohybu působí síla tření F_{t2} .

$$F_{t1} = f F_{n1}, \quad F_{t2} = f F_{n2},$$

kde F_{n1} a F_{n2} jsou přítláčné síly v obou úsecích desky. Síly tření jsou v rovnováze s pohybovou složkou F_1 tíhové síly. Platí

$$F_{t2} - F_{t1} = F_G \sin \alpha, \quad F_{t2} + F_{t1} = f(F_{n1} + F_{n2}) = f \cdot F_G \cos \alpha,$$

$$\frac{F_{t2}}{F_{t1}} = \frac{F_{n2}}{F_{n1}} = \frac{\frac{L}{2} + x_1}{\frac{L}{2} - x_1}, \quad \frac{F_{t2} - F_{t1}}{F_{t2} + F_{t1}} = \frac{\sin \alpha}{f \cos \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{f}.$$

Řešením této soustavy rovnic dostaneme

$$x_1 = \frac{L \operatorname{tg} \alpha}{2f}.$$

Kladné znaménko výsledku potvrzuje, že bod M je skutečně nad těžištěm. Při růstu teploty z t_1 na t_2 se hliníková deska i prkno prodlužují. Horní konec desky se oproti prknu posune o

$$s_1 = \left(\frac{L}{2} - x_1\right)(\alpha_{A1} - \alpha_d)(t_2 - t_1) = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{f}\right) (\alpha_{A1} - \alpha_d)(t_2 - t_1).$$

5 bodů

Klesá-li teplota, horní konec desky se posouvá dolů a dolní nahoru. Mezi konci desky musí opět existovat jediný bod N , který zůstává na stejném místě. Stejným způsobem jako u bodu M odvodíme, že leží níže než těžiště a je od něj vzdálen také o

$$x_1 = \frac{L \operatorname{tg} \alpha}{2f}.$$

Při poklesu teploty z t_2 na t_1 se horní konec desky oproti prknu posune dolů o

$$s_2 = \left(\frac{L}{2} + x_1\right)(\alpha_{\text{Al}} - \alpha_{\text{d}})(t_2 - t_1) = \frac{L}{2} \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{f}\right) (\alpha_{\text{Al}} - \alpha_{\text{d}})(t_2 - t_1).$$

Celkové posunutí horního konce desky během jednoho teplotního cyklu je naměřeno dolů a má velikost

$$s = s_2 - s_1 = \frac{L \operatorname{tg} \alpha}{f} (\alpha_{\text{Al}} - \alpha_{\text{d}})(t_2 - t_1).$$

Po proběhnutí N cyklů se horní konec hliníkové desky posune dolů o

$$Ns = \frac{NL \operatorname{tg} \alpha}{f} (\alpha_{\text{Al}} - \alpha_{\text{d}})(t_2 - t_1).$$

4 body

Pro dané hodnoty $Ns = 7,1$ mm.

1 bod

Autoři úloh: L. Mucha (5), K. Rauner (2), J. Slabeycius (7) a P. Šedivý (1,3,4,6)