

Řešení úloh regionálního kola 36. ročníku FO, kategorie C

1. a) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna velikosti síly vztlakové:

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_1 g, \quad \text{odtud: } p_1 = \frac{V_1}{V} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}, \quad p_1 = 0,566.$$

3 body

- b) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna součtu velikostí vztlakových sil:

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_2 g + \varrho_3 (V - V_2) g, \quad \text{odtud: } p_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3}, \quad p_2 = 0,532.$$

3 body

- c) Určíme objem V_3 jako rozdíl objemů V_1 a V_2 :

$$V_3 = V_1 - V_2 = V \frac{\varrho_1}{\varrho_2} - V \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3} = V \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)},$$

$$p_3 = \frac{V_3}{V} \cdot 100 \% = \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)} \cdot 100 \%,$$

$$p_3 = 3,44 \%.$$

4 body

2. a) Děj 1-2: $T_2 = T_1 = 400 \text{ K}$, $p_2 = 4p_1 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; platí zákon pro izotermický děj:

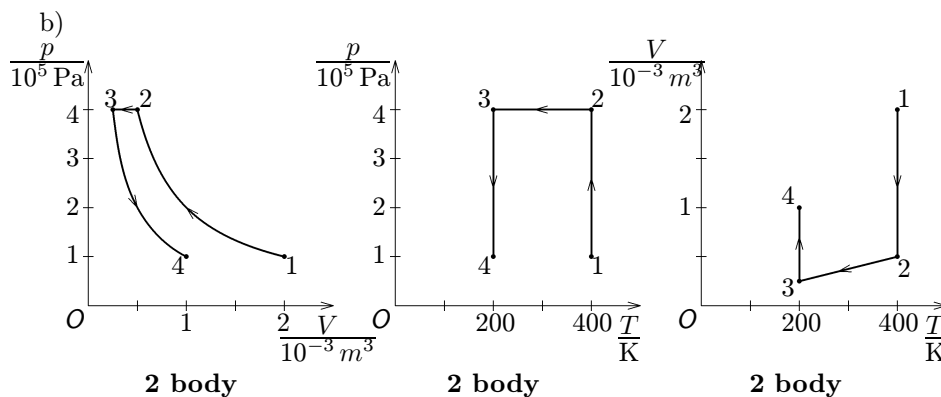
$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \quad \text{odtud } V_2 = \frac{V_1}{4} = 0,50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- Děj 2-3: $p_3 = p_2 = 4p_1 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_3 = \frac{T_1}{2} = 200 \text{ K}$; platí zákon pro izobarický děj:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \text{odtud po dosazení } V_3 = \frac{V_1}{8} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- Děj 3-4: $T_4 = T_3 = \frac{T_1}{2} = 200 \text{ K}$, $V_4 = \frac{V_1}{2} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; platí zák. pro izotermický děj:

$$p_3 V_3 = p_4 V_4, \quad \text{odtud po dosazení } p_4 = p_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$



3. a) Teplo odevzdané teploměrem: $Q_1 = Ct_1$, **1 bod**
 teplo potřebné k roztavení ledu o hmotnosti m_1 : $Q_2 = m_1 l_t \cdot e$ **1 bod**
 Platí: $Q_1 = Q_2$ odtud $C = \frac{m_1 l_t}{t_1} = 415 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. **1 bod**

- b) Po ponoření teploměru předá rtuť teplo Q_3 : $Q_3 = m_2 c_{Hg}(t_2 - t)$, **1 bod**
 teploměr přijme teplo Q_4 : $Q_4 = Ct$. **1 bod**
 Platí $Q_3 = Q_4$, odtud po dosazení určíme teplotu t :

$$t = \frac{m_2 c_{Hg} t_2}{C + m_2 c_{Hg}} \doteq 9,4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

1 bod

- c) Rtuť a nádoba předají teploměru teplo Q_5 :

$$Q_5 = (C_1 + m_2 c_{Hg})(t_2 - t),$$

1 bod

teploměr přijme teplo Q_6 : $Q_6 = Ct$. **1 bod**

Platí $Q_5 = Q_6$; odtud po dosazení určíme teplotu t :

$$t = \frac{t_2(C_1 + m_2 c_{Hg})}{C + C_1 + m_2 c_{Hg}} \doteq 10 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

2 body

4. a) Dobu kmitu určíme ze vztahu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}, \quad \text{kde} \quad J = \frac{mR^2}{2} + mR^2; \quad d = R.$$

Po dosazení: $T = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}} = 0,78 \text{ s}$ **2 body**

- b) Redukovanou délku l' určíme ze vztahu:

$$2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}, \quad \text{odtud} \quad l' = \frac{3R}{2} = 0,15 \text{ m}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

c) Po vyříznutí kruhu se středem S a poloměrem $r = R/2$ se poloha těžiště vzniklého útvaru

nezmění. Moment setrvačnosti útvaru vzhledem k těžišti je:

$$J_T = \frac{1}{2}mR^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{4} \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{15}{32}mR^2. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení určíme pomocí Steinerovy věty:

$$J_1 = J_T + \frac{3}{4}mR^2 = \frac{39}{32}mR^2.$$

Vypočítáme dobu kmitu: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{0,75mgR}},$

$$\text{po dosazení} \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{13R}{8g}} = \pi\sqrt{\frac{13R}{2g}} \doteq 0,81 \text{ s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

d) Redukovanou délku l_1 určíme porovnáním dob kmitu:

$$2\pi\sqrt{\frac{13R}{8g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad \text{odtud} \quad l_1 = \frac{13R}{8} \doteq 0,16 \text{ m}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Autorka úloh: RNDr. R. Horáková