

Úlohy 1. kola 36. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie B

1. Homogenní krychle ze smrkového dřeva plave na vodní hladině ponořena jednou polovinou svého objemu. Která z rovnovážných poloh vyznačených na obr. B1 je stabilní? Své tvrzení odůvodněte.

Poznámka: Těžiště pravidelného jehlanu leží v jedné čtvrtině jeho výšky.

2. Kuličku zavěšenou na vlákně délky l vychýlíme z rovnovážné polohy do výšky $2h < l$ a pustíme. Ve výšce h nad rovnovážnou polohou je umístěna zarážka v podobě pevného vodorovného drátu (obr. B2).

- (a) Po jaké trajektorii se bude kulička pohybovat po nárazu vlákna na zarážku? Určete polohu nejvyššího bodu této trajektorie a rychlost, kterou se bude kulička v tomto bodě pohybovat.
- (b) V jaké výšce proletí kulička nad zarážkou?
- (c) Do jaké výšky bychom museli kuličku vychýlit, aby po nárazu vlákna na zarážku opsala celou půlkružnici o poloměru h ?

Odpor vzduchu a tloušťku zarážky zanedbáváme.

3. Těleso zavěšené na pružině o tuhosti $k = 240 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ koná harmonické kmity. Závislost rychlosti na čase udává graf na obr. B3. Určete:

- (a) amplitudu výchylky y_m a amplitudu zrychlení a_m ,
- (b) hmotnost m tělesa,
- (c) celkovou mechanickou energii kmitů E ,
- (d) průměrnou rychlost v_p ,
- (e) prodloužení pružiny Δl způsobené zavěšením tělesa.

4. Ke zdroji Z o elektromotorickém napětí $U_e = 35,0 \text{ V}$ a vnitřním odporu $R_i = 25,0 \Omega$ připojíme stabilizátor tvořený rezistorem o odporu $R_1 = 220 \Omega$ a Zenerovou diodou (obr. B4). Voltampérová charakteristika Zenerovy diody je v pracovní oblasti lineární (obr. B5) a můžeme ji popsat vztahem

$$I_d = \frac{U - U_z}{r},$$

kde U_z je Zenerovo napětí a r je dynamický odpor diody. Použitá dioda má hodnoty: $U_z = 11,0 \text{ V}$, $r = 2,5 \Omega$. Připojením stabilizátoru jsme získali stabilizovaný zdroj Z' .

- (a) Nakreslete zatěžovací charakteristiku nestabilizovaného zdroje Z . (Zatěžovací charakteristika zdroje je graf závislosti svorkového napětí na odebíraném proudu.)
- (b) Jaké bude svorkové napětí U_0 nezatíženého stabilizovaného zdroje Z' ?
- (c) Při které hodnotě I_m odebíraného proudu se u stabilizovaného zdroje Z' přestane uplatňovat stabilizační účinek Zenerovy diody a jaké bude při tomto proudu jeho svorkové napětí?
- (d) Nakreslete zatěžovací charakteristiku stabilizovaného zdroje Z' .
- (e) Určete vnitřní odpor R'_i zdroje Z' v oblasti stabilizace.

5. (a) Tři rezistory o odporech R_a , R_b a R_c jsou spojeny do trojúhelníku s vrcholy A, B, C (obr. B6). Ohmmetrem byly naměřeny odpory R_{AB} , R_{BC} a R_{AC} . Určete odpory rezistorů. Jakou podmínku musí splňovat naměřené odpory?

Návod: Použijte transfiguraci trojúhelník – hvězda.

- (b) S užitím výsledků obecného řešení první části úlohy řešte podobnou úlohu o kondenzátorech: Tři kondenzátory o kapacitách C_a , C_b a C_c jsou spojeny do trojúhelníku s vrcholy A, B, C (obr. B7). Místkem RCL byly naměřeny kapacity C_{AB} , C_{BC} a C_{AC} . Určete kapacity kondenzátorů. Jakou podmínku musí splňovat naměřené kapacity?

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $R_{AB} = 104 \Omega$, $R_{BC} = 241 \Omega$, $R_{AC} = 175 \Omega$, $C_{AB} = 104 \text{ nF}$, $C_{BC} = 241 \text{ nF}$, $C_{AC} = 175 \text{ nF}$.

6. Praktická úloha:

Určení kapacity kondenzátoru z průběhu přechodného děje

Teorie: Nabijeme-li kondenzátor ze zdroje o napětí U_0 a pak k němu připojíme rezistor o odporu R (obr. B8), začne probíhat přechodný děj, při kterém platí

$$u = Ri = -R \frac{dq}{dt} = -RC \frac{du}{dt}.$$

Řešením této diferenciální rovnice za daných počátečních podmínek je funkce

$$u = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

kde $\tau = RC$ je časová konstanta obvodu. Za dobu $t = \tau$ klesne napětí na kondenzátoru z původní hodnoty U_0 na hodnotu

$$u_\tau = \frac{U_0}{e} \doteq 0,368 U_0.$$

Známe-li časovou konstantu τ a odpor R , můžeme určit kapacitu kondenzátoru ze vztahu

$$C = \frac{\tau}{R}.$$

Úkol:

- (a) V zapojení podle obr. B9 sledujte průběh vybíjení kondenzátoru přes voltmetr po odpojení zdroje. Ověřte, že průběh děje je exponenciální.
- (b) Zjistěte časovou konstantu děje a odpor voltmetru a vypočítejte kapacitu kondenzátoru.

Pomůcky: Stejnosměrný zdroj o napětí 35 V, kondenzátor, voltmetr, potenciometr o odporu 1 k Ω , stopky, spojovací materiál.

Postup: Rozsah voltmetru volíme 30 V, napětí na kondenzátoru nastavíme na hodnotu o něco větší. Po odpojení zdroje počkáme, až ručka voltmetru přeběhne přes hodnotu 30 V a v tomto okamžiku stiskneme stopky. Měříme postupně čas potřebný pro pokles napětí na předem zvolené hodnoty. Měření několikrát opakujeme, výsledky zapíšeme do tabulky:

U/V	25	20	15	11	8	5	3
t/s							
Průměr							

Čas potřebný k poklesu napětí na $\frac{30}{e} \text{ V} \doteq 11 \text{ V}$ je časovou konstantou děje.

O tom, že průběh vybíjení je exponenciální, se nejlépe přesvědčíme narysováním grafu, kde stupnice na ose napětí je logaritmická. Pak platí

$$y = \log u = \log U_0 - \frac{\log e}{\tau} t,$$

což je rovnice přímky (obr. B10).

Poznámka: Metoda je vhodná pro měření takových kapacit, pro které časová konstanta při použití daného voltmetru je přibližně mezi 20 s až 100 s. Zachováme-li tuto doporučenou hodnotu, můžeme při měření elektrolytických kondenzátorů zanedbat jejich vlastní svodový proud. Pro nejrozšířenější typy měřicích přístrojů dostáváme na rozsahu 30 V tyto rozsahy kapacit:

Voltmetr	r/Ω	$C/\mu\text{F}$
DU 10	$1,5 \cdot 10^6$	10 až 50
PU 120, PU 501	$6 \cdot 10^5$	30 až 200
AVOMET	$3 \cdot 10^4$	500 až 3000

U elektrolytických kondenzátorů věnujeme pozornost správnému pólování vývodů, abychom kondenzátor nezničili!

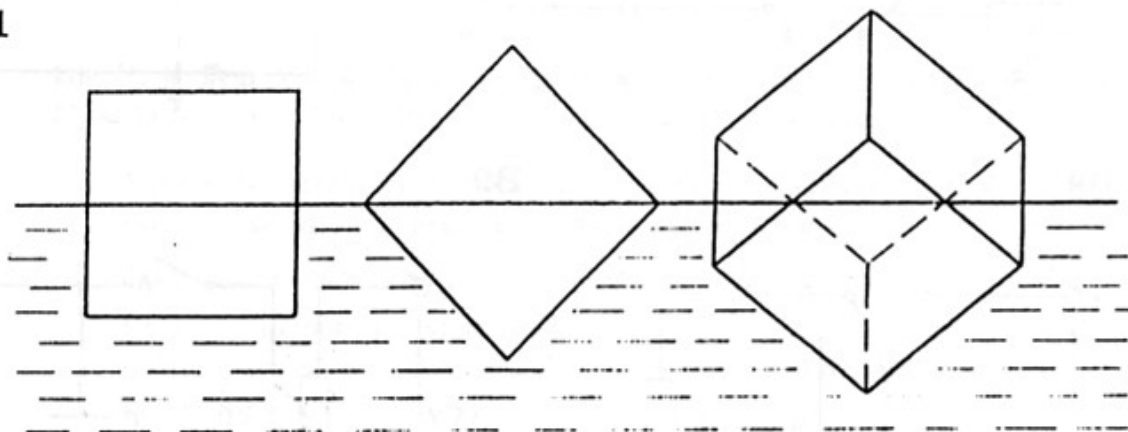
7. Dvě navzájem blízké hvězdy, které tvoří gravitačně vázanou izolovanou soustavu, obíhají okolo společného těžiště po kružnicových trajektoriích o poloměrech

$$r_1 = 2,00 \cdot 10^{11} \text{ m}, \quad r_2 = 5 \cdot 10^{11} \text{ m} \text{ se stejnou dobou oběhu } T = 1,00 \cdot 10^8 \text{ s}.$$

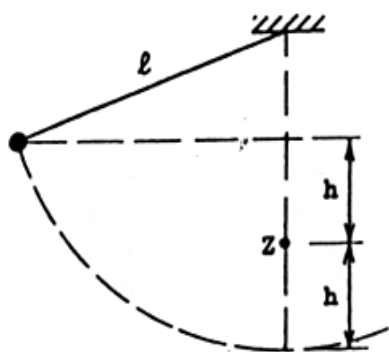
- Určete rychlosti obou hvězd v inerciální vztažné soustavě s počátkem v těžišti dvojhvězdy a jejich hmotnosti.
- Na přímce určené středy obou hvězd chceme umístit kosmickou stanici, která po vypnutí motorů bude obíhat okolo těžiště dvojhvězdy se stejnou periodou T a bude tedy vzhledem k dvojhvězdě v relativním klidu. Jaký poloměr musí mít taková trajektorie a jak velkou rychlostí se bude stanice pohybovat v inerciální vztažné soustavě s počátkem v těžišti dvojhvězdy?

Poznámka: Druhá část úlohy povede na rovnici vyššího stupně, kterou musíte vyřešit užitím některé přibližné numerické metody, nejlépe pomocí počítače s vhodným programem.

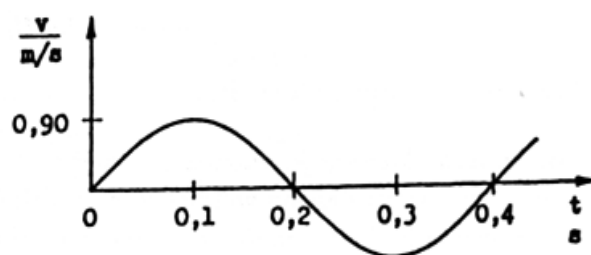
B1



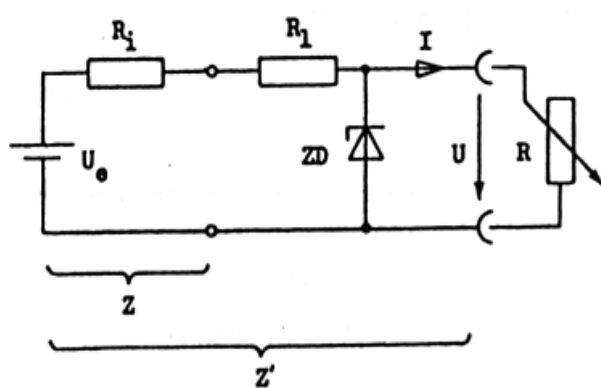
B2



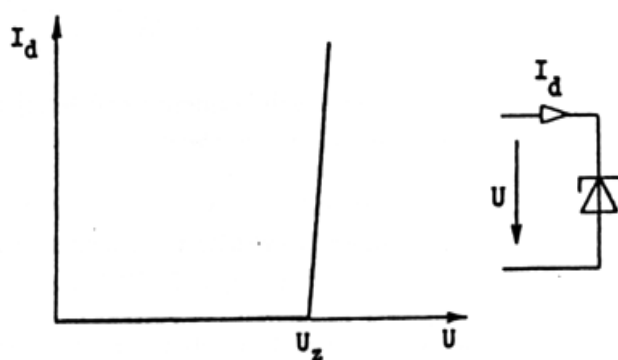
B3



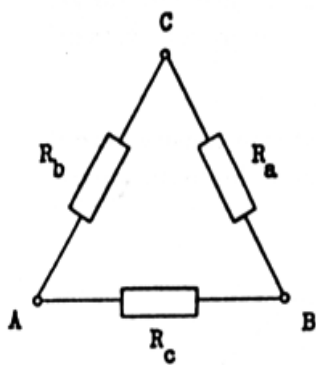
B4



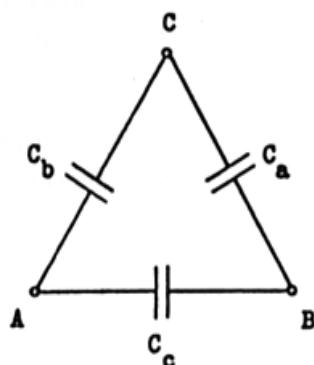
B5



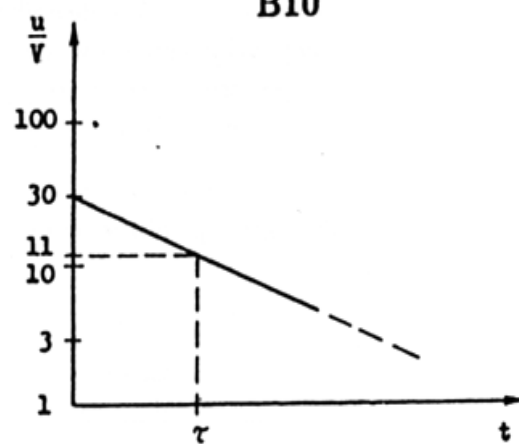
B6



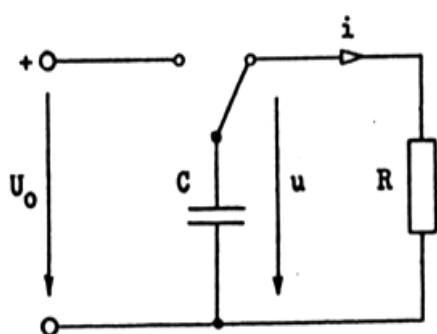
B7



B10



B8



B9

