

Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky
**ŘEŠENÍ ÚLOH II. KOLA 35. ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ
OLYMPIÁDY. Kategorie C**

1. Ze zákona zachování energie určíme

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}. \quad 1 \text{ bod}$$

a) Označme dobu setkání t_1 . V tomto čase je součet drah obou těles h_{max} .

$$\text{Dráha 1. tělesa:} \quad s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2, \quad 1 \text{ bod}$$

$$\text{Dráha 2. tělesa:} \quad s_2 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2, \quad 1 \text{ bod}$$

$$s_1 + s_2 = 2v_0 t_1 = h_{max}, \quad \text{potom} \quad t_1 = \frac{v_0}{4g} = 0,125 \text{ s.} \quad 1 \text{ bod}$$

b) Výška nad zemským povrchem, ve které se obě tělesa setkají, je určena dráhou 1. tělesa:

$$s_1 = \frac{7v_0^2}{32g} = 0,535 \text{ m.} \quad 2 \text{ body}$$

$$\text{c) Rychlost 1. tělesa:} \quad v_1 = v_0 - g t_1 = \frac{3v_0}{4} = 3,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad 2 \text{ body}$$

$$\text{Rychlost 2. tělesa:} \quad v_1 = v_0 + g t_1 = \frac{5v_0}{4} = 6,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad 2 \text{ body}$$

Tělesa se setkají v čase 0,125 s od počátku pohybu ve výšce 0,535 m nad povrchem Země. Rychlost 1. tělesa v okamžiku setkání je 3,68 m·s⁻¹, rychlost 2. tělesa je 6,13 m·s⁻¹.

2. a) Úlohu řešíme na základě 2. a 3. pohybového zákona. Vztažnou soustavu zvolíme tak, že voda z otvoru ve výšce h_1 vytéká ve směru kladné poloosy x . Síla, kterou působí vozík s nádobou na vodu vytékající otvorem, je rovna časové změně její hybnosti. Stejně velkou silou opačného směru působí vytékající voda na vozík s nádobou. Síly, které působí ve výškách h_1 a h_2 mají velikost

$$F_1 = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\rho S v_1 \Delta t \cdot v_1}{\Delta t} = \rho S v_1^2 = 2\rho S g(h - h_1),$$

$$\text{podobně} \quad F_2 = 2\rho S g(h - h_2) \quad 4 \text{ body}$$

Protože $h_1 < h_2$, platí $F_1 > F_2$ a výslednice reaktivních sil o velikosti $F_1 - F_2$ má směr záporné poloosy x . Aby nastala rovnováha, musíme na vozík působit ve směru kladné poloosy x vnější silou o velikosti

$$F = F_1 - F_2 = 2\rho Sg(h_2 - h_1) = 0,49 \text{ N}. \quad 3 \text{ body}$$

b) Má-li po otevření ventilů nastat rovnováha bez působení vnější síly, musí platit

$$F_1 = 2\rho S_1g(h - h_1) = F_2 = 2\rho S_2g(h - h_2), \quad S_1(h - h_1) = S_2(h - h_2).$$

Toho dosáhneme zvětšením průřezu S_2 na

$$S_2 = S \frac{h - h_1}{h - h_2} = \frac{3}{2}S = 1,5 \text{ cm}^2. \quad 3 \text{ body}$$

3. a) Vztažnou soustavu spojíme s deskou. Maximální setrvačná síla bude na těleso působit v krajní poloze desky:

$$F_s = ma_m = m\omega^2 y_m = \frac{4\pi^2 y_m m}{T^2}. \quad 3 \text{ body}$$

Aby se těleso na desce neposouvalo, musí být tato síla maximálně rovna síle statického tření $F = \mu mg$. Porovnáním obou sil určíme y_m :

$$y_m = \frac{\mu g T^2}{4\pi^2} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}. \quad 2 \text{ body}$$

Maximální amplituda kmitů desky při kmitání ve vodorovném směru může být asi 31 mm.

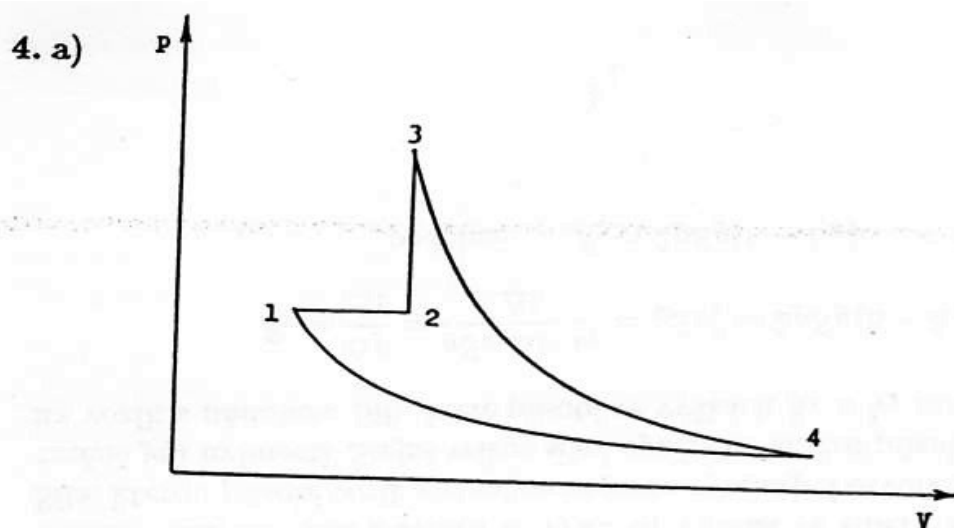
b) Vztažnou soustavu spojíme opět s deskou. Maximální setrvačná síla bude na těleso působit v krajních polohách desky. Aby těleso neodskakovalo, musí být v horní krajní poloze setrvačná síla maximálně rovna síle tíhové:

$$F_s = 4\pi^2 f^2 y_m m \leq F_G = mg. \quad 3 \text{ body}$$

Porovnáním obou sil určíme maximální frekvenci f_m :

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{y_m}} = 2,2 \text{ Hz}. \quad 2 \text{ body}$$

Maximální frekvence desky při kmitání ve svislém směru může být asi 2,2 Hz.



1 bod

b) Vyjdeme ze stavové rovnice:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{n R_m} = 120 \text{ K}, \quad T_2 = 2T_1 = 240 \text{ K},$$

$$T_3 = 2T_2 = 4T_1 = 480 \text{ K}, \quad T_4 = T_1 = 120 \text{ K}. \quad 2 \text{ body}$$

c) Tlak a objem ve stavu 4 určíme pomocí rovnic pro adiabatický děj 3-4 a izotermický děj 4-1:

$$(2V_1)^\kappa 2p_1 = V_4^\kappa p_4, \quad V_1 p_1 = V_4 p_4,$$

$$V_4 = V_1 2^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} = 64V_1 = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3,$$

$$p_4 = \frac{p_1}{2^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = \frac{p_1}{64} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \quad 2 \text{ body}$$

d) Práce vykonaná plynem při ději 1-2:

$$W'_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1.$$

Práce vykonaná plynem při ději 3-4:

$$W'_{34} = -\Delta U = \frac{5}{2} n R_m (T_3 - T_4) = \frac{15}{2} n R_m T_1 = \frac{15}{2} p_1 V_1.$$

Práce spotřebovaná plynem při ději 4-1:

$$W_{41} = n R_m T_1 \ln \frac{V_4}{V_1} = p_1 V_1 \ln 64.$$

Celková práce vykonaná během jednoho cyklu je

$$W' = W'_{12} + W'_{34} - W_{41} = p_1 V_1 \left(\frac{17}{2} - \ln 64 \right) = 4,3 \cdot 10^3 \text{ J}. \quad 2 \text{ body}$$

e) Teplo přijaté plynem při ději 1-2:

$$Q_{12} = C_p n (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} p_1 V_1.$$

Teplo přijaté plynem při ději 2-3:

$$P_{23} = C_V n (T_3 - T_2) = 5 p_1 V_1.$$

Celkové teplo přijaté plynem během jednoho cyklu je

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{17}{2} p_1 V_1 = 8,5 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

2 body

f) Účinnost děje:

$$\eta = \frac{W'}{Q} = 1 - \frac{2 \ln 64}{17} = 0,51.$$

Účinnost kruhového děje je asi 51%.

1 bod

Úlohy navrhla a za správnost řešení odpovídá RNDr. Radmila Horáková