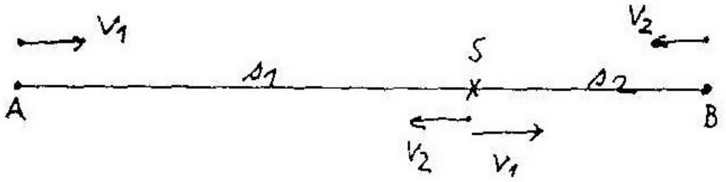
ÚSTŘEDNÍ VÝBOR FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY ČESKÉ REPUBLIKY
Sekretariát: nám. Svobody 301, 501 91 Hradec Králové
Telefon: 049-25226, l. 19 Telefax: 049-25785

FO - 34 - D - II - instruktážní řešení pro učitele fyziky a další osoby, které opravují řešení soutěžících

1. Označíme veličiny: první vozidlo jede rychlostí v_1 a do doby t urazí vzdálenost s_1, $s_1 = v_1\, t$. Druhé vozidlo jede rychlostí v_2 a do doby setkání urazí vzdálenost s_2, $s_2 = v_2\, t$. Po setkání jede první vozidlo dále touž rychlostí a do doby t_1 se dostane do místa B, druhé vozidlo pojede po dobu t_2 než se dostane do místa A. Situace je patrná z obrázku:



3 body

a/ Pro pohyb vozidel před setkáním a po něm platí:

$$s_1 = v_1\, t = v_2\, t_2$$

$$s_2 = v_2\, t = v_1\, t_1\,.$$

Odtud po vydělení platí $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{v_2 t_2}{v_1 t_1}$,

po sečtení platí $(v_1 + v_2).\, t = v_1 t_1 + v_2 t_2\,.$

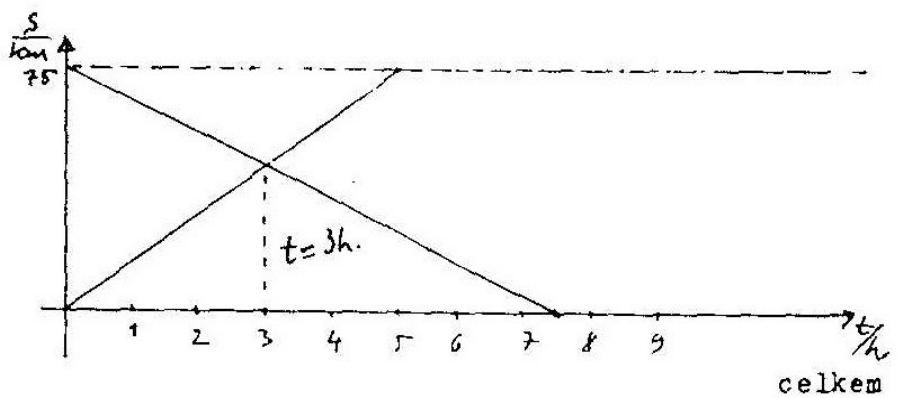
Z prvního vztahu plyne $v_1/v_2 = \sqrt{t_2/t_1}$, a potom

$t = (v_1 t_1 + v_2 t_2) : (v_1 + v_2).$ 3 body

b/ Nejprve tedy určíme poměr rychlostí $v_1 : v_2 = 1{,}5$ 1 bod

a vrátíme se k úloze a/ $t = 3$ h 1 bod

c/ Pro grafické řešení zvolíme $s = 75$ km:



2 body

celkem 10 bodů

2. Označíme $v_1 = 72$ km/h $= 20$ m/s, $v_2 = 90$ km/h $= 25$ m/s, $a = 1{,}25$ m/s^2, $m_1 = m_2 = 1\,200$ kg, $F_o = 400$ N. Z klidu se rozjíždějící automobil, $v = a\,t$, do doby $t_2 = v_2/a$, $t_2 = 20$ s, potom se pohybuje rovnoměrně.

a/ K rovnosti rychlostí dojde v době $t < t_2$, platí $v_1 = a\,t$, odkud $t = v_1/a = 16$ s. Za tuto dobu ujede první automobil dráhu $s_1 = v_1\,t$, druhý automobil dráhu $s_2 = 0{,}5\,a\,t^2$. Vzájemná vzdálenost $s = v_1t - 0{,}5\,a\,t^2 = 160$ m. 3 body

b/ První automobil urazí do setkání dráhu $s_1' = v_1t'$, druhý automobil dráhu $s_2' = 0{,}5\,a\,t_2^2 + v_2/t' - t_2/$. Platí proto

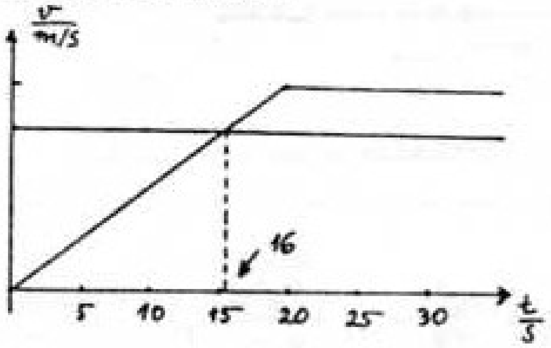
$$v_1t' = 0{,}5\,a\,t_2^2 + v_2t' - v_2t_2\,, \qquad t' = \frac{v_2t_2 - 0{,}5\,a\,t_2^2}{v_2 - v_1}\,,$$

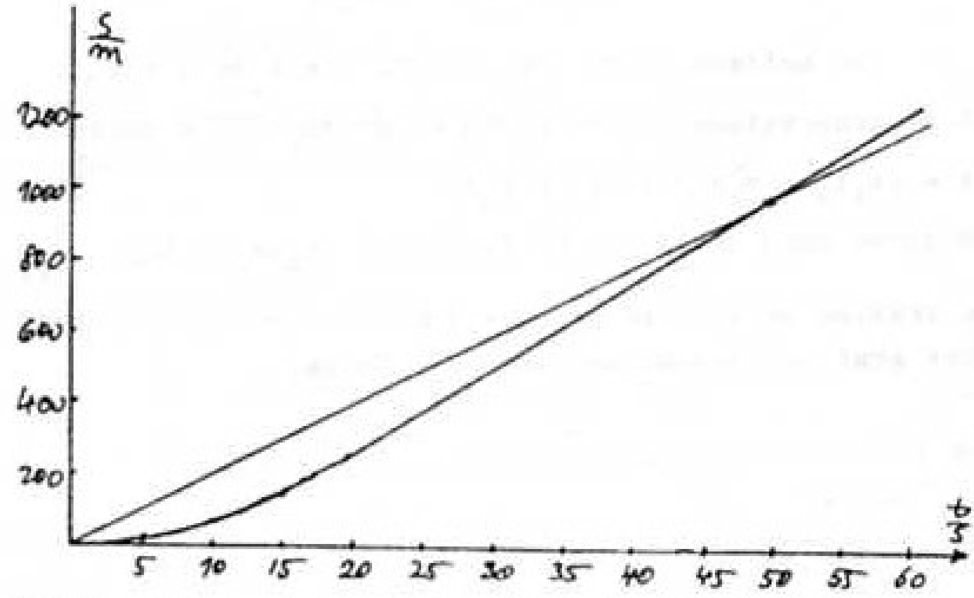
pro dané hodnoty $t' = 50$ s.

$s_1' = v_1t' = 1000$ m, $s_2' = 0{,}5\,a\,t_2^2 + v_2/t'-t_2/ = 1000$ m.

2 body

c/ Grafické řešení:





3 body

d/ Na první vozidlo působí síla $F_o = 400$ N, na druhé vozidlo při rozjíždění síla $F = m\,a + F_o = 1900$ N, pak $F_o = 400$ N. Výkon $P = F\,v$, tj. $P_1 = F_ov_1 = 8{,}0$ kW, $P_2 = F_ov_2 = 10{,}0$ kW.

2 body

3. Označíme veličiny: výška okna $b = 1{,}50$ m, jeho horní okraj je $h = 12{,}0$ m pod místem uvolnění míčku, dolní okraj je $c = 19{,}5$ m nad terénem, $g = 9{,}8\ m/s^2$, poměr rychlosti k.

a/ Na horní okraj okna se dostane míček za dobu $t_1 = \sqrt{2\,h/g}$, k dolnímu okraji za dobu $t_2 = \sqrt{2/h+b/:g}$, tedy dobu, po kterou je míček viditelný v okně, stanovíme

$\delta t = \sqrt{2/h+b/:g} - \sqrt{2h/g} = 0{,}095$ s. 2 body

b/ Určíme rychlosti, jimiž míček míjí horní a dolní okraj:

$v_1 = \sqrt{2\,g\,h} = 15{,}3$ m/s

$v_2 = \sqrt{2\,g\,/h+b/} = 16{,}3$ m/s.

Průměrnou rychlost lze v tomto případě stanovit ze vztahu

$v_p = 0{,}5\,/v_1 + v_2/ = 15{,}8$ m/s.

Jinak průměrnou rychlost určíme ze vztahu $v_p = b/\delta t$,

$v_p = 15{,}8$ m/s. 3 body

c/ Rychlost dopadu stanovíme

$v_3 = \sqrt{2\,g\,/h + b + c/} = 25{,}4$ m/s. 2 body

d/ Podle vztahu v úloze platí $v_4 = k\,v_3$, kde jednou dosadíme za $k_1 = 0{,}75$, podruhé $k_2 = 0{,}80$.

Rychlost odrazu je tedy

$v_4 = k_1\,v_3 = 19{,}1$ m/s

$v_4' = k_2\,v_3 = 20{,}3$ m/s.

Po odraze koná míček vrh svislý vzhůru, pro který platí

$v = v_4 - g\,t$, $h = v_4\,t - 0{,}5\,g\,t^2$.

Řešením pro hodnoty $v = 0$ m/s, $h_{max} = v_4^2\,/2g$, tedy pro dané hodnoty

$h_{max} = 18{,}6$ m, popř. $h_{max} = 21{,}0$ m.

V prvním případě se po odrazu míček dostane pod dolní okraj okna, ve druhém případě se v okně objeví.

3 body

POZNÁMKA: Ve druhém kole je zpravidla úspěšným řešitelem ten, který dosáhne z možných 40 bodů minimálně 14 bodů, ale současně alespoň ve dvou úlohách minimálně 5 bodů. Je však na regionálním výboru, zda přijme k hodnocení toto kritérium nebo zda ho upraví.

Označíme veličiny: vnitřní objem polokoule $V_1 = 2{,}00\ \mathrm{dm}^3$, vnitřní poloměr r, vnější poloměr R, hloubka ponoření polokoule do vody je $h = 0{,}5\ R$, hustota mědi $\rho = 8900\ \mathrm{kg/m^3}$, hustota vody $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$. K řešení je nutno znát Archimédův zákon.

Pro vnitřní poloměr r platí $V_1 = 2/3\pi r^3$, $r = \sqrt[3]{\dfrac{3\ V_1}{2\pi}}$,
po dosazení $r \doteq 0{,}985\ \mathrm{dm}$.

2 body

Když se polokoule ponoří do vody, pak objem ponořené části je roven $V = 1/3\pi h^2/3\ R - h/ = 5/24\ \pi\ R^3$.
Úlohu řešíme dle textu úlohy jen pro dané hodnoty, tedy pro situaci, kdy se polokoule ponoří do poloviny poloměru, platí pro rovnováhu tíhové a hydrostatické vztlakové síly

$$2/3\,\pi/R^3 - r^3/\,\rho\ g = 5/24\ \pi\ R^3\rho_0 g\ ,$$

$$R^3 - r^3 = 5/16\ R^3\ \rho_0/\rho\ ,$$

$$R^3\ /\ 1 - 5/16\ \rho_0/\rho\ / = r^3 = \frac{3\ V_1}{2\pi}\ ,$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3\ V_1}{2\pi\ /1 - 5/16\ \rho_0/\rho/}}\ ,$$

$$R = 0{,}997\ \mathrm{dm}.$$

Tloušťka stěny polokoule je $x = R - r = 0{,}012\ \mathrm{dm} = 1{,}2\ \mathrm{mm}$.

3 body

/ Hmotnost měděné polokoule se určí
$$m = 2/3\,\pi\ /R^3 - r^3/\rho = 0{,}650\ \mathrm{kg}$$

2 body

/ Když nalejeme do polokoule vodu tak, aby se ještě neponořila, bude maximální hydrostatická vztlaková síla rovna tíze polokoule a tíze vody v polokouli. Platí potom
$$2/3\,\pi\ R^3\rho_0 g = m\ g + V_2\ \rho_0\ g\ ,$$
pro dané hodnoty
$$V_2 = /\ 2/3\,\pi\ R^3\rho_0 - m\ /\ .\ 1/\rho_0 = 2/3\,\pi\ R^3 - m/\rho_0\ ,$$
$$V_2 \doteq 1{,}43\ \mathrm{dm}^3.$$

3 body

celkem 10 bodů