

Úloha 3. Nejjednodušší model výboje v plynu (10 bodů)

Elektrický proud tekoucí plynem se nazývá výboj. Existuje mnoho různých druhů výboje, např. doutnavý výboj v zářivkách, obloukový výboj při sváření, a dobře známý jiskrový výboj, který se objevuje mezi oblaky a zemí v podobě blesku.

Část A. Nesamostatný výboj (4,8 bodu)

V této části úlohy budeme studovat tzv. nesamostatný výboj v plynu. K dlouhodobému udržení tohoto výboje je třeba vnějšího ionizátoru, který vytváří Z_{ext} párů jednou ionizovaných iontů a volných elektronů na jednotku objemu za jednotku času.

Po zapnutí vnějšího ionizátoru začne narůstat počet volných elektronů a iontů. Neomezený růst elektronové a iontové hustoty (počtu kusů na jednotku objemu) je zamezen procesem rekombinace, při kterém rekombinuje volný elektron a iont za vzniku neutrálního atomu. Počet rekombinačních událostí Z_{rec} , které nastanou v jednotkovém objemu plynu za jednotku času je dán vztahem

$$Z_{\text{rec}} = r n_e n_i,$$

kde r je konstanta zvaná součinitel rekombinace a n_e , resp. n_i , značí elektronovou, resp. iontovou, hustotu.

Předpokládejme, že v čase $t = 0$ zapneme vnější ionizátor a počáteční elektronová i iontová hustota jsou obě nulové. Pak elektronová hustota $n_e(t)$ závisí na čase t následovně:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt,$$

kde n_0 , a a b jsou nějaké konstanty a $\tanh x$ označuje hyperbolický tangens x .

A1	Určete n_0 , a , b a vyjádřete je pomocí Z_{ext} a r . (1,8 bodu)
-----------	---

Uvažujte nyní dva vnější ionizátory. Při zapnutí pouze prvního z nich dosáhne elektronová hustota v plynu rovnovážné hodnoty $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Při zapnutí pouze druhého vnějšího ionizátoru dosáhne elektronová hustota rovnovážné hodnoty $n_{e2} = 16 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A2	Určete rovnovážnou elektronovou hustotu n_e , zapneme-li oba vnější ionizátory současně. (0,6 bodu)
-----------	--

Bacha! Ve zbytku úlohy uvažujte, že externí ionizátor je zapnutý po dostatečně dlouhou dobu, takže všechny procesy jsou stacionární a nezávisí na čase. Zcela zanedbejte elektrické pole nosičů náboje.

Uvažujte plyn v trubici mezi dvěma rovnoběžnými vodivými deskami o plošném obsahu S vzdálenými od sebe o $L \ll \sqrt{S}$. Na desky je přivedeno napětí U , které mezi nimi vytváří elektrické pole. Předpokládejte, že elektronové i iontové hustoty jsou konstantní podél trubice.

Předpokládejte, že jak elektrony (označované dolním indexem e), tak ionty (index i), získají díky elektrickému poli o velikosti E stejnou velikost uspořádané rychlosti v , pro kterou platí

$$v = \beta E,$$

kde β je konstanta zvaná pohyblivost náboje.

A3	Vyjádřete elektrický proud I v trubici pomocí $U, \beta, L, S, Z_{\text{ext}}, r$ a elementárního náboje e . (1,7 bodu)
A4	Určete měrný odpor (rezistivitu) ρ_{gas} plynu pro dostatečně malé hodnoty napětí pomocí $\beta, L, Z_{\text{ext}}, r$ a e . (0,7 bodu)

Část B. Samostatný výboj v plynu (5,2 bodu)

V této části úlohy budeme uvažovat zapálení samostatného výboje v plynu za účelem sledování, jak se elektrický proud v trubici stane samostatně udržitelným.

Upozornění! V následujícím textu předpokládejte, že vnější ionizátor pracuje se stálým Z_{ext} , zanedbávejte elektrické pole nosičů náboje, takže je elektrické pole konstantní podél trubice a zcela zanedbejte rekombinaci.

U samostatného výboje budeme uvažovat dva jevy, které jsme v předchozí části neuvažovali. Prvním jevem je sekundární emise elektronů a druhým je vznik elektronové laviny. Sekundární emise elektronů nastane, dopadne-li iont na zápornou elektrodu, zvanou katodu, přičemž vyrazí z katody elektrony, které se dále pohybují ke kladné elektrodě, anodě. Poměr vyražených elektronů $\dot{N}_e$ za jednotku času ku počtu iontů $\dot{N}_i$, které dopadly na katodu za jednotku času se nazývá součinitel sekundární emise elektronů, $\gamma = \dot{N}_e / \dot{N}_i$. Vznik elektronové laviny lze vysvětlit následovně. Elektrické pole urychluje volné elektrony, které pak získají dostatečnou kinetickou energii, že jsou schopny ionizovat atomy plynu nárazem. V důsledku se počet volných elektronů proudících k anodě významně zvyšuje. Tento proces je popsán tzv. Townsendovým součinitelem α , který charakterizuje nárůst počtu elektronů dN_e v důsledku pohybu N_e elektronů po dráze dl , tj.

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e.$$

Celkový proud I v libovolném průřezu plynové trubice se skládá z iontového $I_i(x)$ a elektronového $I_e(x)$ proudu, které v rovnovážném stavu závisí na souřadnici x , jak je vyobrazeno na obrázku výše. Elektronový proud $I_e(x)$ se mění podél souřadnice x podle vztahu

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

kde A_1, A_2, C_1 jsou nějaké konstanty.

B1	Určete A_1, A_2 a vyjádřete je pomocí $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S$. (2 body)
-----------	---

Iontový proud $I_i(x)$ se mění podél souřadnice x podle vztahu

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x},$$

kde B_1, B_2, C_2 jsou nějaké konstanty.

B2	Určete B_1, B_2 a vyjádřete je pomocí $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S, C_1$. (0,6 bodu)
B3	Napište okrajovou podmínku pro $I_i(x)$ v $x = L$. (0,3 bodu)
B4	Napište okrajovou podmínku pro $I_i(x)$ a $I_e(x)$ v $x = 0$. (0,6 bodu)
B5	Určete celkový proud I a vyjádřete jej pomocí $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$. Předpokládejte, že proud je konečný. (1,2 bodu)

Nechť je Townsendův součinitel α konstantní. Jakmile dosáhne délka trubice jisté kritické hodnoty, tj. $L > L_{\text{cr}}$, vnější ionizátor můžeme vypnout a výboj se stává samostatným.

B6	Určete L_{cr} a vyjádřete ji pomocí $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$. (0,5 bodu)
-----------	--

