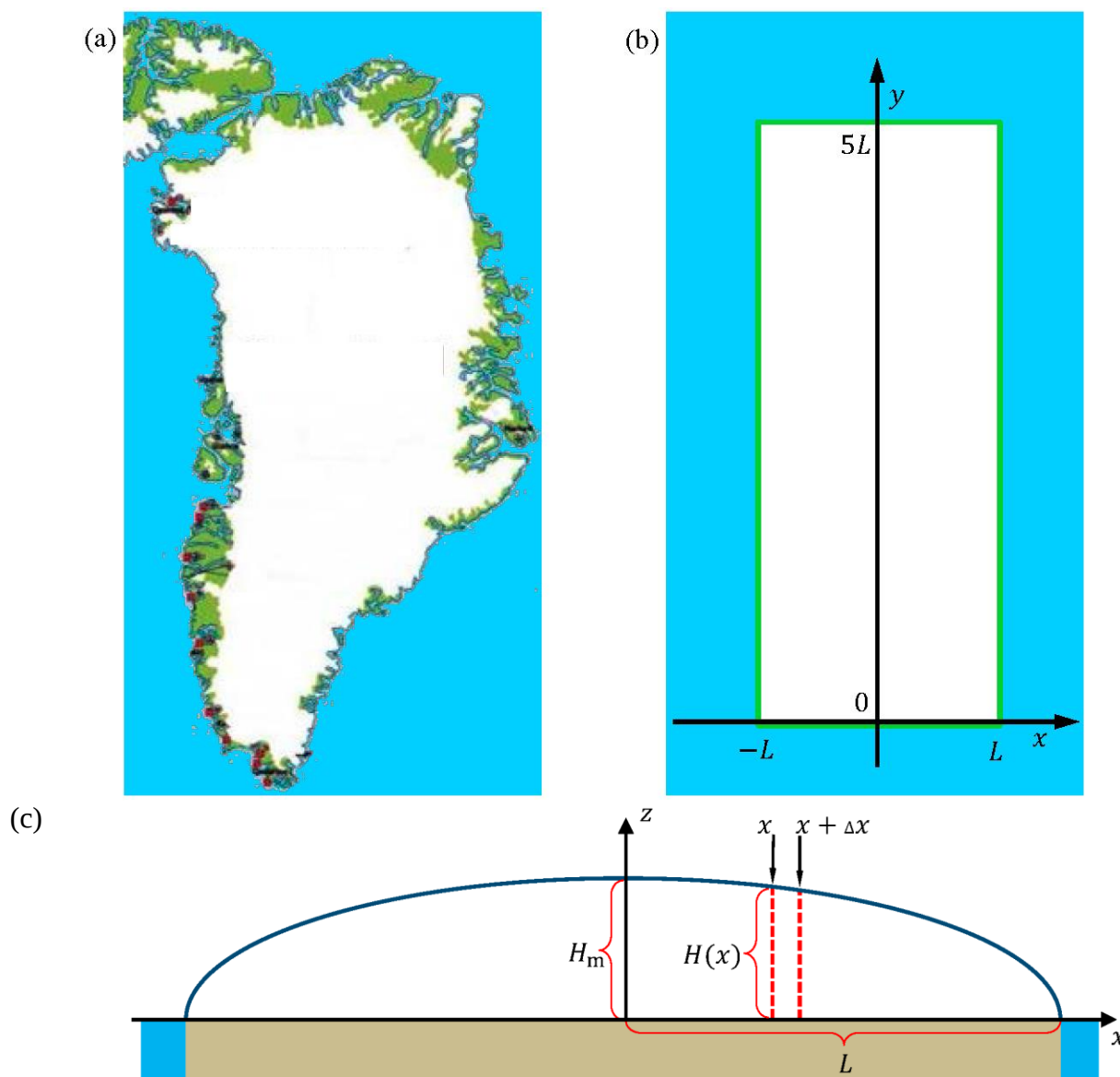


Úvod

Tato úloha se zabývá fyzikou grónského ledovce, druhého největšího ledovce na světě, Obr. 3.1(a). Grónsko budeme abstraktně modelovat obdélníkovým ostrovem se šířkou $2L$ a délkou $5L$, podstavou na úrovni hladiny moře a kompletně pokrytým nestlačitelným ledem (s konstantní hustotou ρ_{ice}), viz Obr. 3.1(b). Výškový profil $H(x)$ ledovce nezávisí na y -ové souřadnici a roste od nuly na pobřeží $x = \pm L$ až do maximální výšky H_m podél prostřední severojižní (y -ové) osy, známé jako ledový předěl, viz Obr. 3.1(c).



Obrázek 3.1 (a) Mapa Grónska ukazující rozsah ledové vrstvy (bíle), bezledové, pobřežní oblasti (zeleně) a obklopující oceán (modře). (b) Hrubý model grónského ledovce, který pokrývá obdélníkovou oblast v rovině xy se stranami o délkách $2L$ a $5L$. Ledový předěl, linie maximální výšky H_m ledové vrstvy, probíhá podél y -ové osy. (c) Svislý řez (rovinu xz) skrz ledovou vrstvu, který ukazuje výškový profil $H(x)$ (modrá křivka). $H(x)$ je nezávislý na y -ové souřadnici pro $0 < y < 5L$ a strmě klesá k nule v $y = 0$ a $y = 5L$. Osa z označuje pozici ledového předělu. Svislé rozměry jsou pro názornost zvětšeny oproti vodorovným rozměrům. Hustota ρ_{ice} ledu je konstantní.

Dva užitečné hinty

Při řešení můžeš použít tento integrál:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x} \, dx = \frac{2}{3}$$

a aproximaci $(1+x)^a \approx 1+ax$, platnou pro $|ax| \ll 1$.

Výškový profil ledové vrstvy

V krátkém časovém měřítku ledovec tvoří nestlačitelný hydrostatický systém s pevně daným výškovým profilem $H(x)$.

3.1	Zapište vztah pro tlak $p(x, z)$ uvnitř ledové vrstvy jako funkci svislé výšky z nad zemí a ve vzdálenosti x od ledového předělu. Zanedbejte atmosférický tlak.	0,3
-----	---	-----

Uvažte daný svislý plát ledovce, který je v rovnováze, pokrývající malou vodorovnou základnu o ploše $\Delta x \Delta y$ mezi x a $x + \Delta x$, viz červená přerušovaná čára na Obr. 3.1(c). Velikost Δy není podstatná. Celková vodorovná složka síly ΔF působící na dvě svislé stěny plátu, která vzniká z rozdílu ve výšce mezi střední částí a pobřežní částí plátu je vyrovnávána třecí silou $\Delta F = S_b \Delta x \Delta y$ z podstavy na základně o ploše $\Delta x \Delta y$, kde $S_b = 100 \text{ kPa}$.

3.2a	Pro danou hodnotu x ukažte, že v limitě $\Delta x \rightarrow 0$ platí $S_b = kH \, dH/dx$ a určete k .	0,9
3.2b	Určete vztah pro výškový profil $H(x)$ vyjádřený pomocí ρ_{ice} , g , L , S_b a vzdálenosti x od předělu. Výsledek ukáže, že maximální výška ledovce H_m se mění s polovinou šířky ostrova L jako $H_m \propto L^{1/2}$.	0,8
3.2c	Určete exponent γ se kterým se celkový objem V_{ice} ledovce mění v závislosti na ploše A obdélníkového ostrova, $V_{\text{ice}} \propto A^\gamma$.	0,5

Dynamická ledová vrstva

V dlouhém časovém měřítku tvoří led viskózní nestlačitelnou tekutinu, která vlivem gravitace teče od střední části k pobřeží. V tomto modelu si led zachovává svůj výškový profil $H(x)$ ve stabilním stavu, kde akumulace ledu díky sněžení ve střední části je vyrovnávána táním na pobřeží. Ke geometrii ledovce na Obr. 3.1(b) a (c) přidejte následující předpoklady tohoto modelu:

- 1) Led teče rovnoběžně s x -ovou osou směrem od ledového předělu (osa y).
- 2) Míra akumulace c (m/rok) ve středové části je konstantní.
- 3) Led může opouštět ledovec pouze táním blízko pobřeží v $x = \pm L$.
- 4) Vodorovná (x -ová) složka $v_x(x) = dx/dt$ rychlosti toku ledu je nezávislá na z .
- 5) Svislá (z -ová) složka $v_z(z) = dz/dt$ rychlosti toku ledu je nezávislá na x .

Uvažte pouze střední část $|x| \ll L$ blízko středu ledovce, kde jsou změny výšky ledové vrstvy velice malé a lze je úplně zanedbat, tj. $H(x) \approx H_m$.

3.3	Použijte zákon zachování hmotnosti pro nalezení vztahu pro vodorovnou složku rychlosti toku ledu $v_x(x)$ vyjádřenou pomocí c , x , a H_m .	0,6
-----	---	-----

Z předpokladu nestlačitelnosti, tj. konstantní hustoty ledu ρ_{ice} plyne, že zákon zachování hmotnosti implikuje následující omezení na složky rychlosti toku ledu

$$\frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_z}{dz} = 0.$$

3.4	Napište vztah pro závislost svislé složky $v_z(z)$ rychlosti toku ledu na proměnné z .	0,6
-----	--	-----

Malá částice ledu s počáteční pozicí na povrchu (x_i, H_m) časem odeče jako část ledové vrstvy podél trajektorie $z(x)$ ve svislé rovině xz .

3.5	Odvoďte vztah pro takovou trajektorii toku $z(x)$.	0,9
-----	---	-----

Indikátory klimatu a stáří v dynamickém ledovci

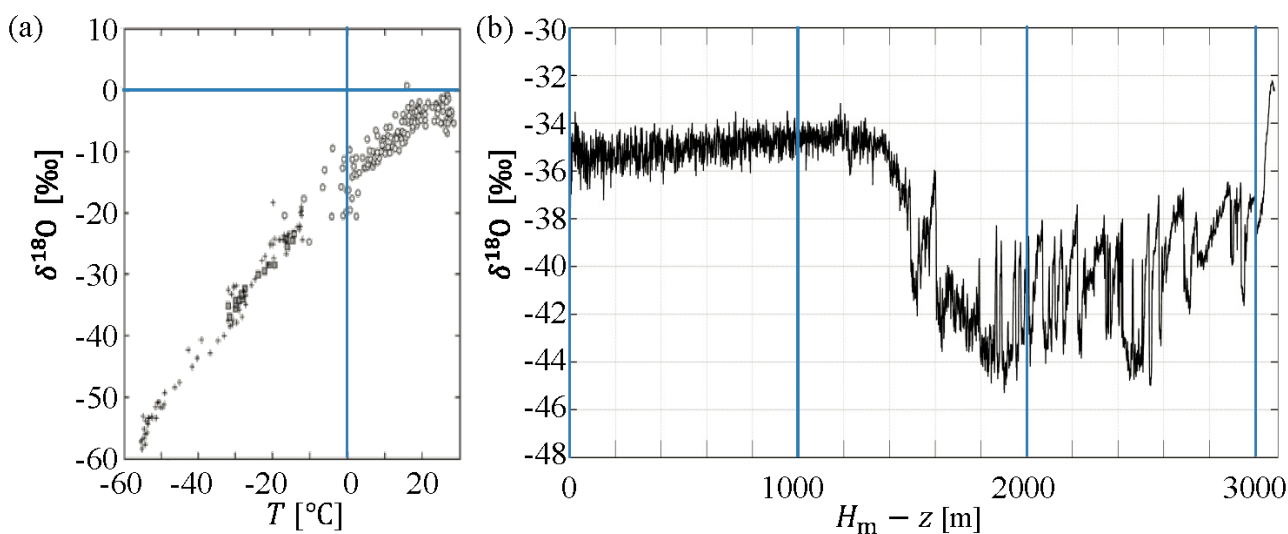
Pomocí komponent rychlosti toku $v_x(x)$ a $v_z(z)$ je možné odhadnout stáří ledu $\tau(z)$ v určité hloubce $H_m - z$ od povrchu ledovce.

3.6	Nalezněte vztah pro stáří $\tau(z)$ ledu jako funkci výšky z nad zemí, přímo v ledovém předělu $x = 0$.	1,0
-----	--	-----

Ledový pilíř vyvrtaný uvnitř grónského ledovce pronikne skrz vrstvy sněhu z minulosti a může být analyzován pro zkoumání klimatických změn v minulosti. Jeden z nejlepších indikátorů je tzv. $\delta^{18}\text{O}$, definovaný jako

$$\delta^{18}\text{O} = \frac{R_{\text{ice}} - R_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} 1000 \text{ ‰},$$

kde $R = [^{18}\text{O}]/[^{16}\text{O}]$ značí relativní množství dvou stabilních izotopů kyslíku ^{18}O a ^{16}O . Reference R_{ref} je založena na složení izotopů v oceánech kolem rovníku. Pozorování z grónského ledovce ukazují, že $\delta^{18}\text{O}$ se ve sněhu mění přibližně lineárně s teplotou, Obr. 3.2(a). Budeme-li předpokládat, že tak tomu bylo odjakživa, tak $\delta^{18}\text{O}$ získané z ledového pilíře v hloubce $H_m - z$ vede k odhadu teploty T kolem Grónska v době určené stářím $\tau(z)$.



Obrázek 3.2 (a) Pozorovaný vztah mezi $\delta^{18}\text{O}$ ve sněhu a střední roční teplotou T . **(b)** Naměřená závislost $\delta^{18}\text{O}$ na hloubce $H_m - z$ pod povrchem, převzato z ledového pilíře vyvrtaného od povrchu po kamenné podloží na určitém místě podél grónského ledového předělu, kde $H_m = 3060$ m.

Měření $\delta^{18}\text{O}$ v 3060 m dlouhém grónském ledovém pilíři ukazuje na náhlou změnu $\delta^{18}\text{O}$ v hloubce 1492 m, Obr. 3.2(b), což označuje konec poslední doby ledové. Doba ledová začala před 120 000 lety, což odpovídá hloubce 3040 m a současná doba meziledová začala před 11 700 lety, což odpovídá hloubce 1492 m. Předpokládejme, že tato dvě období mohou být popsány dvěma odlišnými mírami akumulace c_{ia} (doba ledová) a c_{ig} (doba meziledová). Předpokládejte, že H_m zůstává konstantní během těchto 120 000 let.

3.7a	Určete míry akumulace c_{ia} a c_{ig} .	0,8
3.7b	Použijte data z Obr. 3.2 k nalezení teplotní změny při přechodu z doby ledové do doby meziledové.	0,2

Růst hladiny moří v důsledku tání grónského ledovce

Úplně roztání grónského ledovce by způsobilo nárůst hladiny moří ve světovém oceánu. Jako hrubý odhad tohoto růstu hladiny můžeme jednoduše předpokládat rovnoměrný nárůst po celém světovém oceánu s konstantní plochou $A_0 = 3.61 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$.

3.8	Vypočtete průměrný nárůst hladiny moře, který by byl důsledkem úplného roztání grónského ledovce, jehož současný povrch je $A_G = 1.71 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$ a $S_b = 100 \text{ kPa}$.	0,6
-----	---	-----

Masivní grónský ledovec působí gravitační tahovou silou na okolní oceán. Pokud by ledovec roztál, tato lokální zvýšená vlna by zmizela a hladina moří by klesla ke Grónsku, což je efekt, který částečně působí proti nárůstu hladiny moří vypočtenému výše.

Abychom odhadli velikosti tohoto gravitačního tahu na vodu, představíme si grónský ledovec jako hmotný bod o hmotnosti celého grónského ledovce, tento bod je umístěn na úrovni povrchu Země. Kodaň leží ve vzdálenosti 3500 km podél povrchu Země od tohoto hmotného bodu. Uvažujme Zemi bez hmotného bodu jako sféricky symetrickou, se světovým oceánem pokrývajícím celý povrch Země o obsahu $A_E = 5.10 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$. Veškeré efekty související s rotací Země zanedbejte.

3.9	Pomocí tohoto modelu určete rozdíl $h_{CPH} - h_{OPP}$ mezi hladinami moře v Kodani (h_{CPH}) a v místě, kde protne na jižní polokouli povrch Země přímka procházející Grónskem a středem Země. (h_{OPP}).	1,6
-----	--	-----