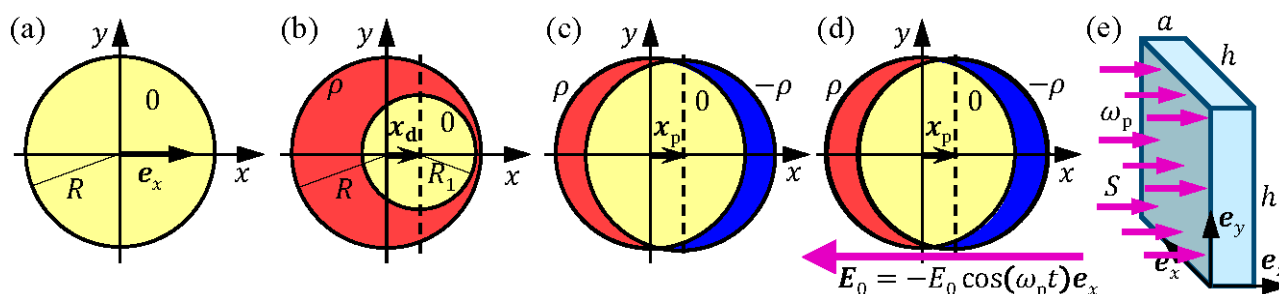


Úvod

V této úloze budeme studovat velmi účinný proces produkce páry, který již byl experimentálně prokázán. Vodní roztok kulových částic stříbra (nanočástic) s průměrem v řádu nanometrů, s koncentrací pouze přibližně 10^{13} částic v jednom litru roztoku, je osvětlen fokusovaným paprskem světla. Určitá část dopadajícího světla je absorbována nanočásticemi, které se zahřívají a vytváří páru ve svém okolí, aniž by se zahříval celý vodný roztok. Pára se ze systému uvolňuje ve formě unikajících bublinek páry. V současnosti nejsou zcela objasněny všechny detaily tohoto procesu, ale je známo, že hlavní podstatou jevu je pohlcení světla prostřednictvím tzv. kolektivních elektronových kmitů kovových nanočástic. Zařízení je známo jako plazmonický generátor páry.



Obrázek 2.1 (a) Kulová elektricky neutrální nanočástice o poloměru R umístěná v počátku souřadnicové soustavy. (b) Koule s kladnou homogenní hustotou elektrického náboje ρ (červeně) obsahující menší kulovou elektricky neutrální oblast (0, žlutě) o poloměru R_1 , jejíž střed je posunut o $\mathbf{x}_d = x_d \mathbf{e}_x$. (c) Koule s kladnou hustotou náboje ρ stříbrných iontů nanočástice je fixovaná v počátku souřadnicové soustavy. Střed kulové oblasti se zápornou hustotou náboje $-\rho$ (modře) elektronového oblaku je posunut o $\mathbf{x}_p$, přičemž platí $x_p \ll R$. (d) Vnější homogenní elektrické pole $\mathbf{E}_0 = -E_0 \mathbf{e}_x$. V časově závislém poli $\mathbf{E}_0$ se elektronový oblak pohybuje rychlostí $\mathbf{v} = d\mathbf{x}_p/dt$. (e) Pravoúhlá nádoba ($h \cdot h \cdot a$) obsahující vodný roztok nanočástic osvětlená monochromatickým světelným paprskem šířícím se podél osy z s úhlovou frekvencí ω_p a intenzitou S .

Samotná kulová nanočástice stříbra

V této úloze uvažujeme kulovou nanočástici stříbra o poloměru $R = 10,0$ nm se středem zafixovaným v počátku souřadnicového systému, viz Obr. 2.1 (a). Všechny pohyby, síly a silová pole jsou rovnoběžné s vodorovnou osou x (danou jednotkovým vektorem $\mathbf{e}_x$). Nanočástice obsahuje volné (vodivostní) elektrony pohybující se volně v celém objemu nanočástice, aniž by byly vázány k nějakému atomu stříbra. Každý atom stříbra v nanočástici je ve formě kladného iontu, který poskytl jeden takový volný elektron.

2.1	Nalezněte následující veličiny: objem V a hmotnost M nanočástice; počet N a hustotu náboje ρ iontů stříbra v nanočástici; objemovou koncentraci volných elektronů n , jejich celkový náboj Q a jejich celkovou hmotnost m_0 .	0,7
-----	--	-----

Elektrické pole v elektricky neutrální oblasti uvnitř nabitě koule

Pro zbytek této úlohy uvažujte, že relativní permitivita všech materiálů je $\varepsilon = 1$. Uvnitř nabitě koule o poloměru R s konstantní hustotou náboje ρ byla vytvořena malá kulová elektricky neutrální oblast o poloměru R_1 přidáním opačné nábojové hustoty $-\rho$, přičemž střed této oblasti je posunut o $\mathbf{x}_d = x_d \mathbf{e}_x$ od středu koule o poloměru R , viz obr. 2.1(b).

2.2	Ukažte, že elektrické pole uvnitř elektricky neutrální oblasti je homogenní a má tvar $\mathbf{E} = A (\rho/\varepsilon_0) \mathbf{x}_d$ a určete číselný faktor A .	1,2
-----	--	-----

Vratná síla působící na posunutý elektronový oblak

Nyní budeme studovat kolektivní pohyb volných elektronů a budeme je tudíž modelovat jako jednu záporně nabitou kouli s homogenní hustotou náboje $-\rho$, jejíž střed leží v bodě určeném vektorem $\mathbf{x}_p$ a může se pohybovat ve směru osy x vzhledem ke středu kladně nabitě koule (ionty stříbra) zafixované v počátku souřadnicového systému, viz Obr. 2.1(c). Předpokládejte, že vnější síla $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ posune elektronový oblak do nové rovnovážné polohy $\mathbf{x}_p = x_p \mathbf{e}_x$, přičemž $|x_p| \ll R$. Kromě slabých nábojů v protilehlých koncích nanočástice zůstává většina vnitřku elektricky neutrální.

2.3	V závislosti na $\mathbf{x}_p$ a n vyjádřete následující dvě veličiny: vratnou sílu $\mathbf{F}$ působící na elektronový oblak a práci W_{el} vykonanou na elektronovém oblaku během posouvání.	1,0
-----	--	-----

Kulová nanočástice stříbra v konstantním vnějším elektrickém poli

Nanočástice je umístěna ve vakuu a působí na ni vnější síla $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ způsobená statickým homogenním elektrickým polem $\mathbf{E}_0 = -E_0 \mathbf{e}_x$, která vychýlí elektronový oblak o malou vzdálenost $|x_p|$, kde $|x_p| \ll R$.

2.4	Nalezněte posunutí x_p elektronového oblaku v závislosti na E_0 a n a určete velikost $-\Delta Q$ celkového náboje všech elektronů, které prošly při posunutí rovinou yz ve středu nanočástice v závislosti na n , R a x_p .	0,6
-----	--	-----

Ekvivalentní kapacita a indukčnost nanočástice stříbra

Pro oba případy, statického i časově závislého elektrického pole $\mathbf{E}_0$, můžeme nanočástici modelovat ekvivalentním elektrickým obvodem. Ekvivalentní kapacitu nalezneme porovnáním práce W_{el} vykonané na přesun náboje s energií kondenzátoru nabitého nábojem $\pm \Delta Q$. Oddělení nábojů způsobí jisté ekvivalentní napětí na ekvivalentním kondenzátoru.

2.5a	Vyjádřete ekvivalentní kapacitu C systému v závislosti na ε_0 a R , a nalezněte její číselnou hodnotu.	0,7
2.5b	Určete pro tuto kapacitu ekvivalentní napětí V_0 v závislosti na E_0 a R , které je třeba připojit na ekvivalentní kondenzátor, aby se nabil nábojem ΔQ .	0,4

V případě časově závislého pole $\mathbf{E}_0$ se elektronový oblak pohybuje rychlostí $\mathbf{v} = v \mathbf{e}_x$, viz Obr. 2.1(d). Oblak má kinetickou energii W_{kin} a v důsledku jeho pohybu protéká rovinou yz elektrický proud I . Kinetickou energii elektronového oblaku lze přirovnat k energii ekvivalentní indukční cívky o indukčnosti L , jíž protéká proud I .

2.6a	Vyjádřete kinetickou energii W_{kin} a proud I v závislosti na rychlosti v .	0,7
2.6b	Vyjádřete ekvivalentní indukčnost L v závislosti na poloměru částice R , elementárním náboji e , hmotnosti elektronu m_e , koncentraci elektronů n , a vypočítejte její hodnotu.	0,5

Plazmonová rezonance nanočástice stříbra

Z předchozí analýzy vyplývá, že pohyb elektronového oblaku způsobený vychýlením elektronového oblaku z rovnovážné polohy a následným uvolněním lze modelovat ideálním LC – obvodem kmitajícím v rezonanci. Tento dynamický stav elektronového oblaku se nazývá plazmonová rezonance kmitající na tzv. úhlové plazmonové frekvenci ω_p .

2.7a	Nalezněte výraz pro úhlovou plazmonovou frekvenci ω_p elektronového oblaku v závislosti na elementárním náboji e , hmotnosti elektronu m_e , koncentraci elektronů n a permitivitě ϵ_0 .	0,5
2.7b	Vypočítejte ω_p v rad/s a vlnovou délku λ_p v nm světla šířícího se ve vakuu a majícího úhlovou frekvenci $\omega = \omega_p$.	0,4

Nanočástice stříbra osvětlená světlem o plazmonové frekvenci

Ve zbytku úlohy budeme uvažovat nanočástici osvětlenou monochromatickým světlem o úhlové plazmonové frekvenci ω_p s dopadající intenzitou $S = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = 1.00 \text{ MW m}^{-2}$. Jelikož je vlnová délka velká, $\lambda_p \gg R$, můžeme uvažovat, že je nanočástice umístěna v homogenním harmonicky kmitajícím elektrickém poli $\mathbf{E}_0 = -E_0 \cos(\omega_p t) \mathbf{e}_x$. Vlivem pole $\mathbf{E}_0$, kmitá střed $\mathbf{x}_p(t)$ elektronového oblaku se stejnou frekvencí, rychlostí $\mathbf{v} = d\mathbf{x}_p/dt$ a s konstantní amplitudou x_0 . Tento kmitavý pohyb elektronů vede k absorpci světla. Energie zachycená nanočásticí se buď přemění na Jouleovo teplo uvnitř nanočástice nebo je znovu vyzařena jako rozptýlené světlo.

Jouleovský ohřev je způsoben náhodnými nepružnými srážkami, při kterých nějaký volný elektron zasáhne v jistém okamžiku iont stříbra a při této srážce ztratí veškerou svoji kinetickou energii, která se přemění ve vibrace iontů stříbra (teplo). Průměrná doba mezi dvěma takovými srážkami je $\tau \gg 1/\omega_p$, pro nanočástici stříbra uvažujme hodnotu $\tau = 5.24 \cdot 10^{-15} \text{ s}$.

2.8a	Nalezněte výraz pro časovou střední hodnotu výkonu Jouleovského ohřevu P_{heat} v nanočástici a pro časovou střední hodnotu kvadrátu proudu $\langle I^2 \rangle$, který explicitně obsahuje výraz pro střední kvadratickou rychlost $\langle v^2 \rangle$ elektronového oblaku.	1,0
2.8b	Nalezněte výraz pro ekvivalentní ohmický odpor R_{heat} v ekvivalentním rezistorovém modelu nanočástice, majícím Jouleovský tepelný výkon P_{heat} díky proudu elektronového oblaku I . Vypočítejte číselnou hodnotu R_{heat} .	1,0

Dopadající paprsek světla ztrácí časově středovaný výkon P_{scat} rozptylem na kmitajícím elektronovém oblaku (reemise). P_{scat} závisí na zdroji rozptylu: amplitudě x_0 , náboji Q a kruhové frekvenci ω_p a na vlastnostech světla (rychlost světla c a permitivita ϵ_0 ve vakuu). V závislosti na těchto čtyřech veličinách je P_{scat} dán vztahem $P_{\text{scat}} = \frac{Q^2 x_0^2 \omega_p^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$

2.9	Užijte P_{scat} a nalezněte výraz pro ekvivalentní rozptylový odpor R_{scat} (viz analogie s R_{heat}) v ekvivalentním rezistorovém modelu a vypočítejte jeho hodnotu.	1,0
-----	--	-----

Výše uvedené elektrické prvky tvoří sériový *LCR*-obvod modelující nanočástici stříbra, která se pohybuje vlivem harmonicky kmitajícího napětí $V = V_0 \cos(\omega_p t)$ určeného elektrickým polem E_0 dopadajícího světla.

2.10a	Odvoďte výrazy pro časové střední hodnoty ztrát výkonu P_{heat} a P_{scat} v závislosti na amplitudě E_0 elektrického pole dopadajícího světla v plazmonové rezonanci $\omega = \omega_p$.	1,2
2.10b	Vypočítejte číselné hodnoty E_0 , P_{heat} a P_{scat} .	0,3

Produkce páry světlem

Vodný roztok nanočástic stříbra s koncentrací $n_{\text{np}} = 7,3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$ je připraven v pravoúhlé průhledné nádobě o rozměrech $h \cdot h \cdot a = 10 \cdot 10 \cdot 1,0 \text{ cm}^3$ a osvětlen světlem o plazmonové frekvenci se stejnou intenzitou $S = 1.00 \text{ MW m}^{-2}$ v kolmém směru, viz obr. 2.1(e). Teplota vody je $T_{\text{wa}} = 20^\circ \text{C}$ a předpokládáme, v dobré shodě s experimentem, že v ustáleném stavu se veškeré Jouleovo teplo nanočástice spotřebuje na produkci páry o teplotě $T_{\text{st}} = 110^\circ \text{C}$, aniž by se zvyšovala teplota vody.

Termodynamická účinnost η plazmonického generátoru páry je definovaná jako podíl výkonů $\eta = P_{\text{st}}/P_{\text{tot}}$, kde P_{st} je výkon spotřebovaný na produkci páry v celé nádobě a P_{tot} značí celkovou výkon světla dopadajícího na nádobu.

Po většinu času je každá nanočástice obklopena parou namísto vody a lze ji tedy popisovat, jako by byla ve vakuu.

2.12a	Vypočítejte celkovou hmotnost μ_{st} páry vyprodukované plazmonickým generátorem páry za sekundu při osvětlení generátoru světlem s plazmonovou frekvencí a intenzitou S .	0,6
2.12b	Vypočítejte číselně termodynamickou účinnost η plazmonického generátoru páry.	0,2