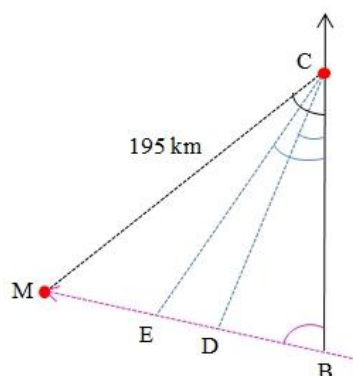
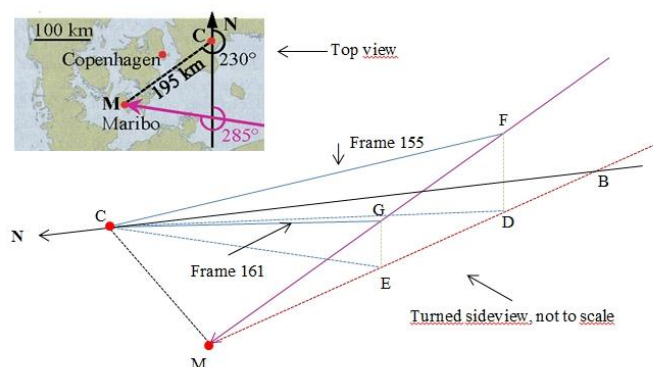


Řešení



Pohled shora: trojúhelník MCB: $|CM| = 195 \text{ km}$, $\angle MCB = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$ a $\angle MBC = 75^\circ$, tedy $\angle CMB = 180^\circ - 75^\circ - 50^\circ = 55^\circ$.

Pak $|CB| = \frac{|CM| \sin(\angle CMB)}{\sin(\angle MBC)} = 165,4 \text{ km}$.

Trojúhelník DCB: $|CB| = 165,4 \text{ km}$, $\angle DCB = 215^\circ - 180^\circ = 35^\circ$ a $\angle DBC = 75^\circ$, tedy $\angle CDB = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ$.

1.1 Pak $|CD| = \frac{|CB| \sin(\angle DBC)}{\sin(\angle CDB)} = 170,0 \text{ km}$.

Trojúhelník ECB: $|CB| = 165,4 \text{ km}$, $\angle ECB = 221^\circ - 180^\circ = 41^\circ$ a $\angle EBC = 75^\circ$, tedy $\angle CEB = 180^\circ - 75^\circ - 41^\circ = 64^\circ$.

Pak $|CE| = \frac{|CB| \sin(\angle EBC)}{\sin(\angle CEB)} = 177,7 \text{ km}$.

Trojúhelník ECD: $\angle ECD = 41^\circ - 35^\circ = 6^\circ$. Vodorovná vzdálenost, kterou urazil

meteorit Maribo, je $|DE| = \frac{|DC| \sin(\angle ECD)}{\sin(\angle CED)} = 19,77 \text{ km}$.

Vodorovný pohled: trojúhelník CFD: $|FD| = |CD| \tan(\angle FCD) = 59,20 \text{ km}$.

Trojúhelník CGE: $|GE| = |CE| \tan(\angle GCE) = 46,62 \text{ km}$.

Tedy svislá vzdálenost, kterou urazil meteorit Maribo je $|FD| - |GE| = 12,57 \text{ km}$.

Celková vzdálenost, kterou urazil Maribo od snímku 155 do snímku 161:

$$|FG| = \sqrt{|DE|^2 + (|FD| - |GE|)^2} = 23,43 \text{ km. Rychlost meteoritu Maribo je tedy}$$

$$v = \frac{23,43 \text{ km}}{2,28 \text{ s} - 1,46 \text{ s}} = 28,6 \text{ km/s.}$$

1,3

1.2a	Z druhého Newtonova pohybového zákona $m_M \frac{dv}{dt} = -k\rho_{\text{atm}}\pi R_M^2 v^2$ plyne $\frac{1}{v^2} dv = -\frac{k\rho_{\text{atm}}\pi R_M^2}{m_M} dt$. Integrací dostaneme $t = \frac{m_M}{k\rho_{\text{atm}}\pi R_M^2} \left(\frac{1}{0,9} - 1 \right) \frac{1}{v_M} = 0,88 \text{ s}$.	0,7
1.2b	$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{melt}}} = \frac{\frac{1}{2} v_M^2}{c_{\text{sm}}(T_{\text{sm}} - T_0) + L_{\text{sm}}} = 210 \gg 1.$	0,3
1.3a	$x \approx t^\alpha \rho_{\text{sm}}^\beta c_{\text{sm}}^\gamma k_{\text{sm}}^\delta$, tedy $m = s^\alpha (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})^\beta (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})^\gamma (\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{a}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})^\delta$. Musí tedy platit $\beta + \delta = 0$, $-3\beta + 2\gamma + \delta = 1$, $\alpha - 2\gamma - 3\delta = 0$ a $-\gamma - \delta = 0$. Řešením této soustavy rovnic dostaneme $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$ a tedy $x(t) \approx \sqrt{\frac{k_{\text{sm}} t}{\rho_{\text{sm}} c_{\text{cm}}}}$.	0,6
1.3b	$x(5 \text{ s}) = 1,6 \text{ mm}$ $x/R_M = 1,6 \text{ mm}/130 \text{ mm} = 0,012$.	0,4
1.4a	Rovnice rozpadu Rb na Sr: ${}^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow {}^{87}_{38}\text{Sr} + {}^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}_e$	0,3
1.4b	Podle rozpadového zákona $N_{87\text{Rb}}(t) = N_{87\text{Rb}}(0) e^{-\lambda t}$. Jelikož se Rb rozpadá na Sr: $N_{87\text{Sr}}(t) = N_{87\text{Sr}}(0) + [N_{87\text{Rb}}(0) - N_{87\text{Rb}}(t)]$. Tedy $N_{87\text{Sr}}(t) = N_{87\text{Sr}}(0) + (e^{\lambda t} - 1) N_{87\text{Rb}}(t)$. Vydělíme-li tuto rovnost $N_{86\text{Sr}}$, dostaneme rovnici přímky: $\frac{N_{87\text{Sr}}(t)}{N_{86\text{Sr}}} = \frac{N_{87\text{Sr}}(0)}{N_{86\text{Sr}}} + (e^{\lambda t} - 1) \frac{N_{87\text{Rb}}(t)}{N_{86\text{Sr}}}.$	0,7
1.4c	Směrnice $e^{\lambda t} - 1 = a = 0,50$ a $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda = 4,9 \cdot 10^{10} \text{ let}$. Tedy $\tau_M = \ln(1 + a)/\lambda = \ln(1 + a)/\ln(2) T_{1/2} = 3,4 \cdot 10^9 \text{ let}$.	0,4
1.5	Aplikujme třetí Keplerův zákon na kometu Encke a na Zemi. Velká poloosa trajektorie komety Encke je $a = \frac{1}{2}(a_{\text{min}} + a_{\text{max}})$. Tedy $t_{\text{Encke}} = \left(\frac{a}{a_E} \right)^{\frac{3}{2}} t_E = 3,30 \text{ let} = 1,04 \cdot 10^8 \text{ s}.$	0,6

1.6a	Pro Zemi rotující okolo vlastní osy máme úhlovou rychlost $\omega_E = 2\pi / 24 \text{ h} = 7,27 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$, moment setrvačnosti $I_E = 0,83 \cdot 2/5 m_E R_E^2 = 8,07 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ a tedy moment hybnosti $L_E = I_E \omega_E = 5,87 \cdot 10^{33} \text{ kg m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Asteroid má hmotnost $m_{\text{ast}} = 4\pi/3 R_{\text{ast}}^3 \rho_{\text{ast}} = 1,57 \cdot 10^{15} \text{ kg}$ a moment hybnosti $L_{\text{ast}} = m_{\text{ast}} v_{\text{ast}} R_E = 2,51 \cdot 10^{26} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Oba zmíněné momenty hybnosti jsou na sebe kolmé. Ze zákona zachování momentu hybnosti plyne $\text{tg}(\Delta\theta) = L_{\text{ast}} / L_E = 4,27 \cdot 10^{-8}$.	0,7
1.6b	Při kolmém dopadu nedojde ke změně momentu hybnosti $\Delta L_E = 0$, tedy $\Delta(I_E \omega_E) = 0$. Pro změnu úhlové rychlosti tedy platí $\Delta\omega_E = -\omega_E(\Delta I_E)/I_E$. Jelikož platí $\Delta I_E/I_E = m_{\text{ast}} R_E^2/I_E = 7,9 \cdot 10^{-10}$ dostáváme $\Delta\omega_E = -5,76 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$. Změna v periodě otáčení Země je tedy $\Delta T_{\text{vrt}} = 2\pi \left(\frac{1}{\omega_E + \Delta\omega_E} - \frac{1}{\omega_E} \right) \approx -2\pi \frac{\Delta\omega_E}{\omega_E^2} = -6,84 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.	0,7
1.6c	Při tečném dopadu je moment hybnosti L_{ast} rovnoběžný s L_E , tedy $L_E + L_{\text{ast}} = (I_E + \Delta I_E)(\omega_E + \Delta\omega_E)$ a tedy $\Delta T_{\text{tan}} = 2\pi \left(\frac{1}{\omega_E + \Delta\omega_E} - \frac{1}{\omega_E} \right) \approx 2\pi \left(\frac{I_E + \Delta I_E}{L_E + L_{\text{ast}}} - \frac{1}{\omega_E} \right) = -3,62 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.	0,7

1.7	Maximální dopadová rychlost $v_{\text{imp}}^{\text{max}}$ má tři složky: (I) Rychlost v_b tělesa ve vzdálenosti a_E (vzdálenost Země-Slunce) od Slunce, $v_b = \sqrt{\frac{2Gm_s}{a_E}} = 42,1 \text{ km/s}.$ (II) Oběžnou rychlost Země, $v_E = \frac{2\pi a_E}{1 \text{ rok}} = 29,8 \text{ km/s}$. (III) Gravitační působení Země. Můžeme psát zákon zachování energie, $\frac{1}{2}(v_b + v_E)^2 = -\frac{Gm_E}{R_E} + \frac{1}{2}(v_{\text{imp}}^{\text{max}})^2.$ Tedy $v_{\text{imp}}^{\text{max}} = \sqrt{(v_b + v_E)^2 + \frac{2Gm_E}{R_E}} = 72,8 \text{ km/s}.$	1,6
-----	--	-----

	Celkem	9,0
--	---------------	------------