

2. Nabitá mýdlová bublina

Uvnitř mýdlové bubliny kulového tvaru o poloměru R_0 je vzduch o hustotě ρ_i a teploty T_i . Bublina je obklopena vzduchem o hustotě ρ_a , tlaku P_a a teplotě T_a . Tenká mýdlová vrstva má povrchové napětí γ , hustotu ρ_s a tloušťku t . Hmotnost a povrchové napětí mýdlové bubliny se nemění s teplotou. Uvažujte, že $R_0 \gg t$.

Přírůstek energie dE , potřebný ke zvětšení plochy rozhraní mýdlo – vzduch o dA , je dán výrazem $dE = \gamma dA$, kde γ značí povrchové napětí tenké mýdlové vrstvy.

2.1 Nalezněte poměr $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a}$ v závislosti na γ , P_a a R_0 . **[1,7 bodu]**

2.2 Vypočítejte číselně hodnotu výrazu $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1$, víte-li, že $\gamma = 0,0250 \text{ N m}^{-1}$, $R_0 = 1,00 \text{ cm}$ a $P_a = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$. **[0,4 bodu]**

2.3 Bublina je vytvořena tak, že vzduch uvnitř bubliny je zpočátku teplejší, než je okolí bubliny. Nalezněte takovou minimální číselnou hodnotu teploty T_i aby se bublina vznášela v klidném vzduchu. Použijte tyto hodnoty $T_a = 300 \text{ K}$, $\rho_s = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_a = 1,30 \text{ kg m}^{-3}$, $t = 100 \text{ nm}$ a $g = 9.80 \text{ m s}^{-2}$. **[2,0 bodu]**

Po nějaké době přejde bublina do stavu tepelné rovnováhy se svým okolím. Bublina tedy bude přirozeně v klidném vzduchu klesat k zemi.

2.4 Nalezněte minimální rychlost u proudu vzduchu směrem vzhůru, který udrží bublinu ve vzduchu ve stavu tepelné rovnováhy. Výsledek vyjádřete v závislosti na ρ_a , R_0 , g , t a dynamické viskozitě vzduchu η . Uvažujte, že rychlost vzduchu je malá, lze tedy použít Stokesův zákon pro odporovou sílu $F = 6\pi\eta R_0 u$. Zanedbejte také změnu poloměru bubliny způsobenou přechodem do stavu tepelné rovnováhy. **[1,6 bodu]**

2.5 Vypočítejte číselnou hodnotu rychlosti u , víte-li, že je $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. **[0,4 bodu]**

Vaše výpočty napovídají, že člen obsahující povrchové napětí bubliny je zanedbatelný. Ve všech následujících úlohách tedy můžete člen s povrchovým napětím zanedbat.

2.6 Kulovou bublinu nyní rovnoměrně nabijeme celkovým nábojem q . Nalezněte výraz pro nový poloměr R_1 v závislosti na R_0 , P_a , q a permitivitě vakua ϵ_0 . **[2,0 bodu]**

- 2.7 Předpokládejte, že celkový náboj není příliš velký (tj. $\frac{q^2}{\epsilon_0 R_0^4} \ll P_a$) a poloměr bubliny tedy naroste pouze nepatrně. Nalezněte výraz pro ΔR , kde $R_1 = R_0 + \Delta R$. Platí $(1+x)^n \approx 1+nx$ pokud $x \ll 1$. **[0,7 bodu]**
- 2.8 Jaká musí být velikost náboje q v závislosti na $t, \rho_a, \rho_s, \epsilon_0, R_0, P_a$ aby se bublina nehybně vznášela v klidném vzduchu? Vypočtěte také číselnou hodnotu náboje q . Permittivita vakua je $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m. **[1,2 bodu]**