

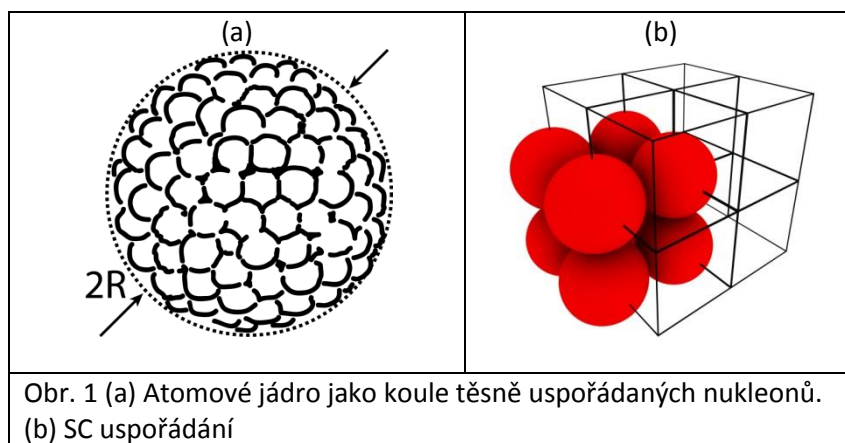
3. Jednoduchý model atomového jádra

Úvod

Ačkoliv jsou atomová jádra kvantové objekty, řadu fenomenologických zákonů pro jejich základní vlastnosti (jako je poloměr nebo vazebná energie) lze odvodit z jednoduchých předpokladů: (i) jádra jsou složena z nukleonů (tj. protonů a neutronů); (ii) silná jaderná interakce držící tyto nukleony pohromadě má velmi krátký dosah (působí pouze mezi dvěma sousedícími nukleony); (iii) Počet protonů (Z) v daném jádře je přibližně roven počtu neutronů (N), tj. $Z \approx N \approx A/2$, kde A je celkový počet nukleonů ($A \gg 1$). **Důležité: Použijte tyto předpoklady v úlohách 1 – 4 níže.**

Úloha 1 - Atomové jádro jako těsně uspořádaná soustava nukleonů

V jednoduchém modelu považujeme atomové jádro za kouli složenou z těsně uspořádaných nukleonů (viz obr. 1 (a)), kde nukleony jsou tuhé kuličky o poloměru $r_N = 0,85 \text{ fm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Jaderná síla (silná jaderná interakce) působí pouze, pokud jsou dva nukleony v kontaktu. Objem jádra V je tedy větší než objem všech nukleonů AV_N , kde $V_N = \frac{4}{3}r_N^3\pi$. Poměr $f = AV_N/V$ se nazývá *faktor uspořádání* a udává procento prostoru vyplněného jadernou hmotou.



- a) Vypočítejte, jaký bude faktor uspořádání f , budou-li nukleony uspořádány v „jednoduchém objemově centrovaném kubickém“ (SC) krystalovém systému, kde střed každého nukleonu leží v mřížkovém bodu nekonečné kubické mřížky (viz obr. 1 (b)). (0,3 bodů)

Důležité: Ve všech následujících úlohách předpokládejte, že faktor uspořádání jádra je roven právě tomu z úlohy 1a. Pokud se vám ho nepodařilo vypočítat, použijte v následujících úlohách $f = 1/2$.

- b) Odhadněte průměrnou (hmotnostní) hustotu ρ_m , hustotu náboje ρ_c , a poloměr R jádra majícího A nukleonů. Průměrná hmotnost nukleonu je $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. (1,0 bodů)

Úloha 2 - Vazebná energie atomového jádra – objemové a povrchové členy

Vazebná energie jádra je energie potřebná k rozpadu jádra na jednotlivé nukleony a v podstatě je dána přitažlivou jadernou silou působící mezi každým nukleonem a jeho sousedy. Jestliže daný nukleon neleží na povrchu jádra, přispívá k celkové vazebné energii $a_v = 15,8 \text{ MeV}$ ($1 \text{ MeV} =$

$1,602 \cdot 10^{-13}$ J). Příspěvek jednoho povrchového nukleonu k vazebné energii je přibližně $a_v/2$. Určete vazebnou energii E_b jádra s A nukleony v závislosti na A , a_v , a f , se započtením povrchové opravy. (1,9 bodů)

Úloha 3 - Elektrostatické (Coulombovské) jevy ovlivňující vazebnou energii

Energie elektrostatického pole rovnoměrně nabitě koule (o poloměru R a celkovém náboji Q_0) je

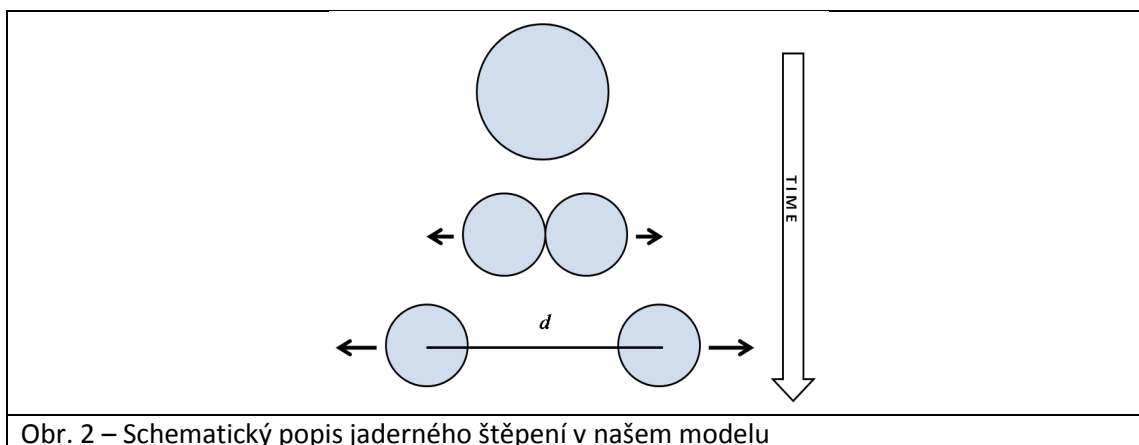
$$U_c = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R}, \text{ kde } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}.$$

- Použijte tento výraz k odhadu energie elektrostatického pole jádra. V jádře nepůsobí proton sám na sebe (Coulombovou silou), působí pouze na ostatní protony. Tento fakt lze zahrnout nahrazením $Z^2 \rightarrow Z(Z-1)$ ve výrazu pro elektrostatickou energii. Použijte tuto opravu v následujících úlohách. (0,4 bodů)
- Napište výsledný výraz pro vazebnou energii zahrnující hlavní (objemový) člen, povrchové opravy a získanou elektrostatickou opravu. (0,3 bodů)

Úloha 4 - Štěpení těžkého jádra

Štěpení je jaderný proces, při kterém se jádro rozdělí na dvě menší části (tj. lehčí jádra). Uvažujte, že se jádro s A nukleony dělí na dvě stejné části, jak je znázorněno na obr. 2.

- Vypočítejte celkovou kinetickou energii produktů štěpení E_{kin} jsou-li středy obou lehčích jader vzdáleny od sebe o $d \geq 2R(A/2)$, kde $R(A/2)$ je jejich poloměr. Těžké jádro bylo původně v klidu. (1,3 bodů)
- Předpokládejte, že $d = 2R(A/2)$ a vyčíste výraz pro E_{kin} získaný v části a) pro $A=100$, 150, 200 a 250 (výsledek uveďte v jednotkách MeV). Odhadněte, pro jaké hodnoty A je možné štěpení v modelu popsaném výše. (1,0 bodů)



Obr. 2 – Schematický popis jaderného štěpení v našem modelu

Úloha 5 – Přenosové reakce

- a) V moderní fyzice se popisuje energetika jader a jejich reakcí pomocí hmotností. Např., pokud je jádro (s nulovou rychlostí) v excitovaném stavu s energií E_{exc} nad základním stavem, jeho hmotnost je $m = m_0 + E_{exc} / c^2$, kde m_0 je hmotnost jeho základního stavu v klidu. Jaderná reakce $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ je příkladem tzv. „přenosové reakce“, ve které se část jednoho jádra („cluster“) přenese do jiného jádra (viz obr. 3). V našem příkladu je přenesená částice ^4He -cluster (α -částice). K přenosovým reakcím dochází s maximální pravděpodobností, pokud velikost rychlosti projektilového produktu reakce (v našem případě ^{12}C) je rovna velikosti rychlosti projektilu (v našem případě ^{16}O) a obě rychlosti mají stejný směr. Terč ^{54}Fe je na počátku v klidu. Během reakce je ^{58}Ni excitován do jednoho z výše ležících energetických stavů. Vypočítejte excitační energii tohoto stavu (a vyjádřete ji v jednotkách MeV), je-li kinetická energie projektilu ^{16}O 50 MeV. Rychlost světla je $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. (2,2 bodů)

1.	$M(^{16}\text{O})$	15,99491 a.m.u.
2.	$M(^{54}\text{Fe})$	53,93962 a.m.u.
3.	$M(^{12}\text{C})$	12,00000 a.m.u.
4.	$M(^{58}\text{Ni})$	57,93535 a.m.u.

Tab. 1. Klidové hmotnosti reaktantů v jejich základních stavech. 1 a.m.u. = $1,6605 \cdot 10^{-27}$ kg

- b) Jádro ^{58}Ni vzniklé při reakci diskutované v části a) v excitovaném stavu, přejde do základního stavu, přičemž je vyzářen gama-foton ve směru pohybu jádra. Uvažujte tento rozpad v soustavě souřadnic, v nichž je ^{58}Ni v klidu a vypočítejte „zpětnou“ energii ^{58}Ni (tj. kinetickou energii, kterou ^{58}Ni získá po vyzáření fotonu). Jaká je energie fotonu v této soustavě? Jaká je energie fotonu v laboratorní soustavě souřadnic (tj. jaká by byla energie fotonu měřená v detektoru, který je umístěn ve směru, ve kterém se jádro ^{58}Ni pohybuje)? (1,6 bodů)

