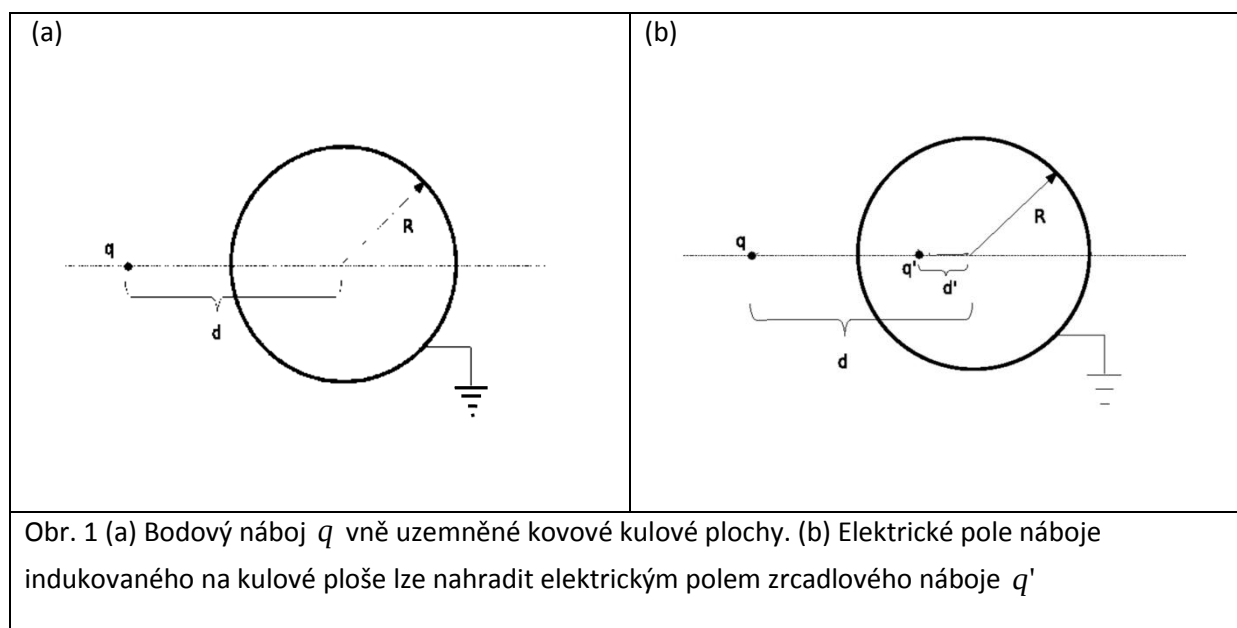


1. Zrcadlový obraz náboje v kovovém objektu

Úvod – Metoda zrcadlových obrazů (resp. nábojů)

Bodový náboj q je umístěn mimo uzemněnou kovovou kulovou plochu o poloměru R (viz obr. 1(a)). Následkem toho se indukuje povrchové rozložení náboje na kulové ploše. Přímý výpočet intenzity elektrického pole a potenciálu z rozložení povrchového náboje je velmi obtížný. Nicméně, výpočet je možné výrazně zjednodušit použitím metody zrcadlového náboje. Elektrické pole vzniklé rozložením náboje na kulové ploše je možné nahradit elektrickým polem bodového náboje q' umístěného uvnitř kulové plochy (toto tvrzení nemusíte dokazovat!). **Elektrické pole tohoto zrcadlového virtuálního náboje q' nahrazuje elektrické pole pouze vně koule (včetně jejího povrchu.)**



Úloha 1 – Zrcadlový náboj

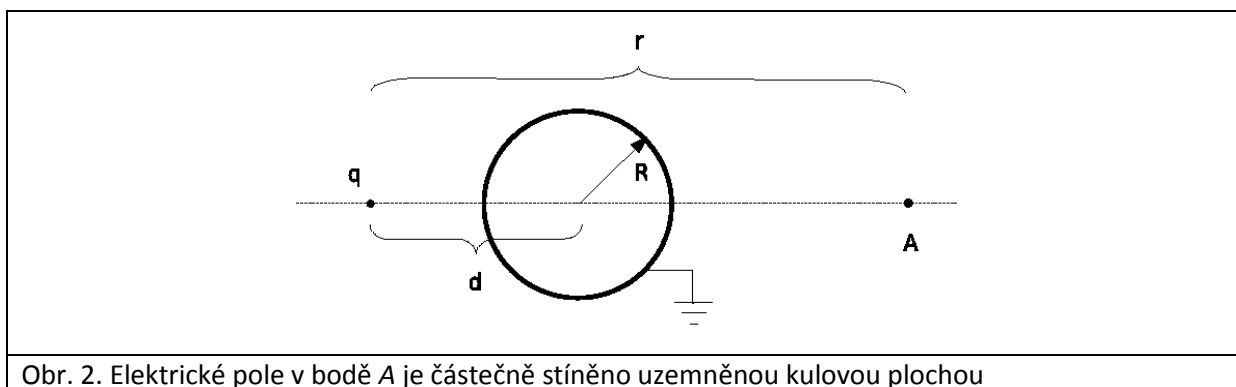
- 1) Ze symetrie problému plyne, že náboj q' musí ležet na spojnici bodového náboje q a středu kulové plochy, viz obr. 1 (b).
 - a) Jakou hodnotu má elektrický potenciál na kulové ploše? (0,3 bodů)
 - b) Napište výrazy pro náboj q' a vzdálenost d' zrcadlového náboje od středu kulové plochy v závislosti na q , d a R . (1,9 bodů)
 - c) Vypočítejte velikost elektrostatické síly působící na náboj q . Je tato síla odpuzivá? (0,5 bodů)

Úloha 2 – Stínění elektrostatického pole

Uvažujme bodový náboj q umístěný ve vzdálenosti d od středu uzemněné kovové kulové plochy o poloměru R . Zajímá nás, jak uzemněná kulová plocha ovlivní elektrické pole v bodě A na druhé straně

od kulové plochy (viz obr. 2). Bod A leží na přímce procházející nábojem q a středem kulové plochy, jeho vzdálenost od bodového náboje q je r .

- Nalezněte vektor intenzity elektrického pole v bodě A . (0,6 bodů)
- Nalezněte výraz pro intenzitu elektrického pole ve velmi velké vzdálenosti $r \gg d$. Užijte aproximaci $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$, kde $a \ll 1$. (0,6 bodů)
- Pro jakou limitní hodnotu d úplně zacloní uzemněná kovová kulová plocha elektrické pole náboje q , tj. elektrické pole v bodě A je přesně nulové? (0,3 bodů)

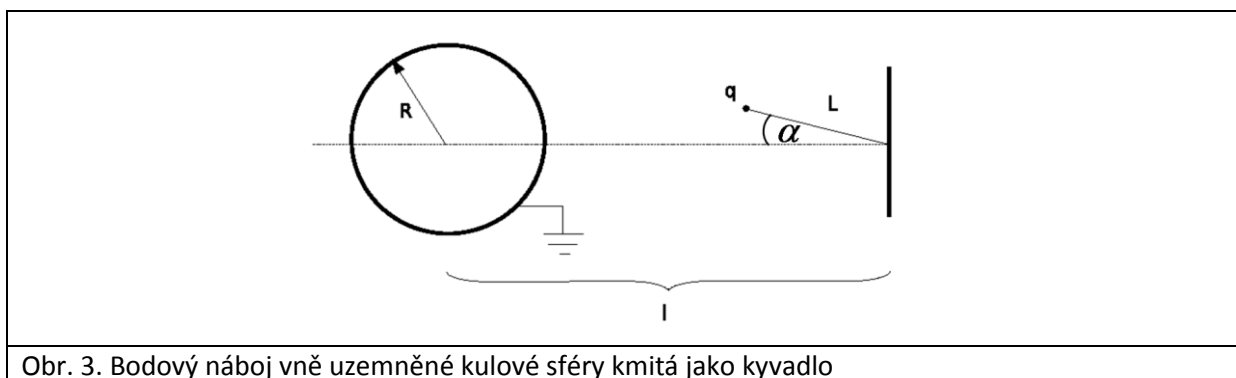


Obr. 2. Elektrické pole v bodě A je částečně stíněno uzemněnou kulovou plochou

Úloha 3 – Malé kmity v elektrickém poli uzemněné kovové kulové plochy

Bodový náboj q o hmotnosti m je zavěšen na nehmotném vlákně délky L , které je upevněno ke zdi vně uzemněné kovové kulové plochy. Neuvažujte elektrostatické efekty zdi. Bodový náboj na vlákně tvoří matematické kyvadlo (viz obr. 3). Bod, ve kterém je vlákno připevněno ke zdi, je ve vzdálenosti l od středu kulové plochy. Účinky gravitace zanedbejte.

- Nalezněte velikost elektrostatické síly působící na bodový náboj q pro daný úhel α a naznačte její směr v přehledném obrázku. (0,8 bodů)
- Určete složku této síly působící ve směru kolmém na vlákno v závislosti na l , L , R , q a α . (0,8 bodů)
- Určete úhlovou frekvenci malých kmitů kyvadla. (1,0 bodů)



Obr. 3. Bodový náboj vně uzemněné kulové sféry kmitá jako kyvadlo

Úloha 4 – Energie elektrostatického pole soustavy

Pro rozložení elektrických nábojů je důležité znát energii elektrostatického pole soustavy. V našem problému (viz obr. 1a) máme elektrostatickou interakci mezi vnějším nábojem q a indukovanými náboji

na kulové ploše a také elektrostatickou interakci indukovaných nábojů na kulové ploše mezi sebou. V závislosti na náboji q , poloměru kulové plochy R a vzdálenosti d určete energie elektrostatického pole následujících systémů:

- a) energii svázanou s interakcí mezi nábojem q a indukovaným plošným nábojem na kulové ploše; (1,0 bodů)
- b) energii svázanou s interakcí mezi indukovanými náboji na kulové ploše; (1,2 bodů)
- c) celkovou energii svázanou s interakcí soustavy. (1,0 bodů)

Návod: Je několik způsobů, jak řešit tuto úlohu:

(1) V jednom způsobu můžete použít následující integrál,

$$\int_d^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}$$

(2) V jiném způsobu můžete použít faktu, že pro soustavu N nábojů q_i umístěných v bodech $\vec{r}_i, i = 1, \dots, N$, energie elektrostatického pole je součtem přes všechny dvojice nábojů:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}.$$