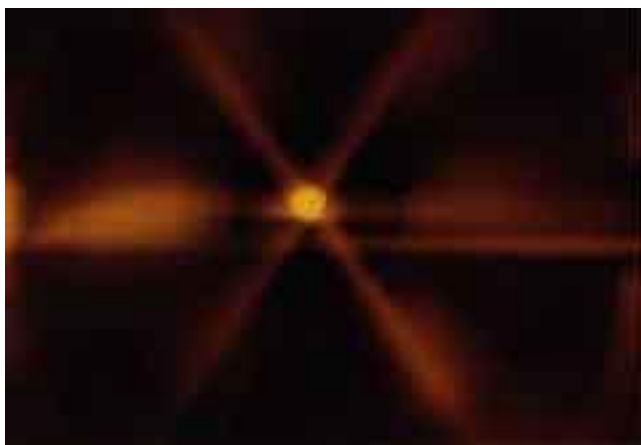


TEORETICKÁ ÚLOHA č. 2

DOPPLEROVSKÉ LASEROVÉ CHLAZENÍ A OPTICKÁ MELASA

Cílem této úlohy je vyvinout jednoduchou teorii pro pochopení jevů takzvaného „laserového chlazení“ a „optické melasy“. Laserovým chlazením se nazývá chlazení paprsku neutrálních atomů, typicky alkalických, vysláním vstřícných laserových paprsků se stejnou frekvencí. Také za tento jev byla udělena v roce 1997 Nobelova cena za fyziku S. Chuovi, P. Phillipsovi a C. Cohen-Tannoudjimu.



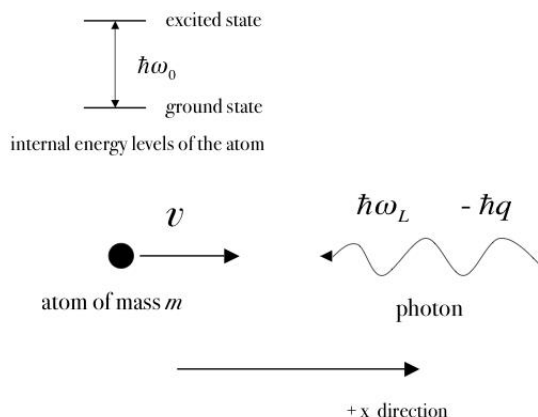
Na obrázku vidíte atomy sodíku (jasná skvrna uprostřed) udržované v průsečíku tří kolmých párů vstřícných laserových paprsků. Oblast, kde jsou atomy udržovány, se nazývá „optická melasa“, protože disipativní optická síla připomíná protahování tělesa viskózní melasou (tj. obrazně – melasa je cukerný polotovar z řepy).

V této úloze budete analyzovat interakci atomu s dopadajícím fotonem a disipativní mechanismus v jedné dimenzi.

ČÁST I: ZÁKLADY LASEROVÉHO CHLAZENÍ

Uvažujte atom o hmotnosti m pohybující se ve směru kladné poloosy $+x$ rychlostí v . Pro jednoduchost budeme uvažovat jednorozměrný problém, nebudeme tedy brát v úvahu směry y a z (viz obr. 1). Atom má dvě vnitřní energetické hladiny. Energie základního stavu je rovna nule a energie excitovaného stavu je $\hbar\omega_0$, kde $\hbar = h/2\pi$. Atom je původně v základním stavu. Laserový paprsek o frekvenci ω_L je vyslán v laboratorní soustavě ve směru záporné poloosy $-x$ a dopadá na atom. Kvantově mechanicky je laserový paprsek tvořen velkým počtem fotonů; každý má energii $\hbar\omega_L$ a hybnost $-\hbar q$. Foton může být absorbován atomem a později spontánně vyzářen; tato emise nastává se stejnou pravděpodobností ve směrech $+x$ a $-x$. Jelikož se atomy

pohybují nerelativistickými rychlostmi, $v/c \ll 1$ (kde c je rychlost světla), počítejte pouze se členy do prvního řádu v/c . Uvažujte také $\hbar q/mv \ll 1$, tedy, že hybnost atomu je mnohem větší než hybnost jednoho fotonu. Do odpovědí pište pouze lineární opravy v obou výše zmíněných poměrech.



Obr.1 Náčrt dopadu fotonu s energií $\hbar\omega_L$ a hybností $-\hbar q$ na atom o hmotnosti m pohybující se rychlostí v ve směru $+x$. Atom má dva vnitřní stavy, rozdíl jejich energií činí $\hbar\omega_0$.

Předpokládejte, že frekvence laseru ω_L je vyladěna tak, že v soustavě spojené s pohybujícím se atomem je v rezonanci s vnitřním energetickým přechodem atomu. Odpovězte na následující otázky:

1. Absorpce

1a	Napište rezonanční podmínku pro absorpci fotonu.	0,2
1b	Napište hybnost p_{at} atomu po absorpci z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
1c	Napište celkovou energii ε_{at} atomu po absorpci z hlediska laboratorní soustavy.	0,2

2. Spontánní emise fotonu ve směru $-x$

Po nějaké době po absorpci dopadajícího fotonu může atom emitovat foton ve směru $-x$.

2a	Napište energii emitovaného fotonu ε_{ph} po emisi ve směru $-x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

2b	Napište hybnost emitovaného fotonu p_{ph} po emisi ve směru $-x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

2c	Napište hybnost atomu p_{at} po emisi ve směru $-x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	--	-----

2d	Napište celkovou energii atomu ε_{at} po emisi ve směru $-x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

3. Spontánní emise fotonu ve směru $+x$

Po nějaké době po absorpci dopadajícího fotonu může atom emitovat foton také ve směru $+x$.

3a	Napište energii emitovaného fotonu ε_{ph} po emisi ve směru $+x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

3b	Napište hybnost emitovaného fotonu p_{ph} po emisi ve směru $+x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

3c	Napište hybnost atomu p_{at} , po emisi ve směru $+x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	--	-----

3d	Napište celkovou energii atomu ε_{at} po emisi ve směru $+x$ z hlediska laboratorní soustavy.	0,2
----	---	-----

4. Průměrná emise po absorpci

Spontánní emise fotonu ve směrech $-x$ a $+x$ nastává se stejnou pravděpodobností. Berete-li tento fakt v úvahu, odpovězde na následující otázky.

4a	Napište průměrnou energii emitovaného fotonu ε_{ph} po emisi.	0,2
----	---	-----

4b	Napište průměrnou hybnost emitovaného fotonu p_{ph} po emisi.	0,2
----	---	-----

4c	Napište průměrnou celkovou energii atomu ε_{at} po emisi.	0,2
----	---	-----

4d	Napište průměrnou hybnost atomu p_{at} po emisi.	0,2
----	--	-----

5. Přenos energie a hybnosti

Uvažujme pouze jeden kompletní proces absorpce a emise jednoho fotonu, jak bylo popsáno výše. Dochází k čistému přenosu energie a hybnosti mezi laserovým zářením a atomem.

5a	Napište průměrnou energetickou změnu $\Delta\varepsilon$ atomu po kompletním procesu absorpce-emise jediného fotonu.	0,2
----	--	-----

5b	Napište průměrnou změnu hybnosti Δp atomu po kompletním procesu absorpce-emise jediného fotonu.	0,2
----	---	-----

6. Přenos energie a hybnosti laserovým paprskem ve směru $+x$

Předpokládejme nyní, že laserový paprsek o frekvenci ω'_L dopadá na atom ve směru $+x$, přičemž atom se pohybuje ve stejném směru $+x$ rychlostí v . Uvažujte rezonanční podmínku mezi vnitřním přechodem atomu a laserovým paprskem z hlediska soustavy spojené s atomem a odpovězte na následující otázky:

6a	Napište průměrnou energetickou změnu $\Delta\varepsilon$ atomu po kompletním procesu absorpce-emise jediného fotonu.	0,3
----	--	-----

6b	Napište průměrnou změnu hybnosti Δp atomu po kompletním procesu absorpce-emise jediného fotonu.	0,3
----	---	-----

ČÁST II: DISIPACE A PRINCIP OPTICKÉ MELASY

Kvantové procesy v přírodě nutně obsahují vnitřní neurčitost. Jelikož atom emituje foton v *konečném* čase po absorpci, nemusí být rezonanční podmínka splněna **přesně**,

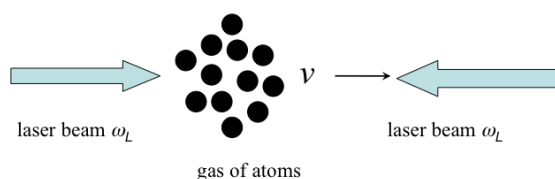
jak jsme dosud počítali. Tedy frekvence laserových paprsků ω_L a ω'_L mohou mít libovolnou hodnotu, přičemž proces absorpce-emise může proběhnout. Pravděpodobnost toho, že k procesu dojde, závisí na frekvenci paprsků. Přitom, jak se dá očekávat, dosahuje svého maxima při splnění rezonanční podmínky. Průměrný čas, který uběhne mezi absorpcí a emisí, se nazývá doba života excitované energetické hladiny atomu a značí se Γ^{-1} .

Uvažujme soubor N atomů v *klidu* v laboratorní vztažné soustavě a laserový paprsek o frekvenci ω_L , který na ně dopadá. Atomy nepřetržitě absorbují a emitují fotony. Průměrně je N_{exc} atomů v excitovaném stavu (a tedy $N - N_{exc}$ atomů je v základním stavu). Kvantově mechanický výpočet dává následující výsledek:

$$N_{exc} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2},$$

kde ω_0 je rezonanční frekvence atomového přechodu a Ω_R je tzv. Rabiho frekvence; Ω_R^2 je úměrná *intenzitě* laserového paprsku. Jak je uvedeno výše, počet atomů v excitovaném stavu je nenulový, i když se rezonanční frekvence ω_0 liší od frekvence laserového paprsku ω_L . Předchozí tvrzení lze také formulovat tak, že počet procesů absorpce - emise za jednotku času je $N_{exc}\Gamma$.

Uvažujte fyzikální situaci nakreslenou na obr. 2. Dva vstříčné laserové paprsky se *stejnou*, ale *libovolnou* frekvencí ω_L dopadají na plyn sestávající z N atomů, pohybujících se ve směru $+x$ rychlostí v .



Obr. 2. Dva vstříčné laserové paprsky se *stejnou* avšak *libovolnou* frekvencí ω_L dopadají na plyn sestávající z N atomů, pohybujících se ve směru $+x$ rychlostí v

7. Síla, kterou působí laser na paprsek atomů

7a	Pomocí informací, které už máte k dispozici, vypočítejte sílu, kterou laser působí na paprsek atomů. Uvažujte, že $mv \gg \hbar q$.	1,5
----	--	-----

8. Limita malých rychlostí

Uvažujte nyní, že rychlost atomů je dostatečně malá, takže lze použít rozvoj síly jen do prvního řádu rychlosti v .

8a	Určete výraz pro sílu z otázky (7a) v této limitě.	1,5
----	--	-----

Pomocí posledního výsledku můžete nalézt podmínky pro urychlování, zpomalování a žádný efekt urychlení atomů laserovým ozářením.

8b	Napište podmínku pro kladnou sílu (tj. urychlování atomů).	0,25
----	--	------

8c	Napište podmínku pro nulovou sílu.	0,25
----	------------------------------------	------

8d	Napište podmínku pro zápornou sílu (tj. zpomalování atomů).	0,25
----	---	------

8e	Předpokládejte nyní, že se atomy pohybují rychlostí $-v$ (tj. ve směru $-x$). Napište podmínku pro zpomalovací sílu atomů.	0,25
----	---	------

9. Optická melasa

V případě záporné síly dostáváme třecí disipativní sílu. Uvažujte, že původně, v čase $t=0$, měl atomový plyn rychlost v_0 .

9a	V limitě malých rychlostí nalezněte konečnou rychlost atomů, kterou dosáhly po době τ působení laserového paprsku.	1,5
----	---	-----

9b	Předpokládejte nyní, že atomový plyn je v tepelné rovnováze při teplotě T_0 . Určete teplotu T atomového plynu po době τ působení laserového paprsku.	0,5
----	--	-----

Tento model však době τ neumožňuje dosahovat libovolně nízkých teplot.