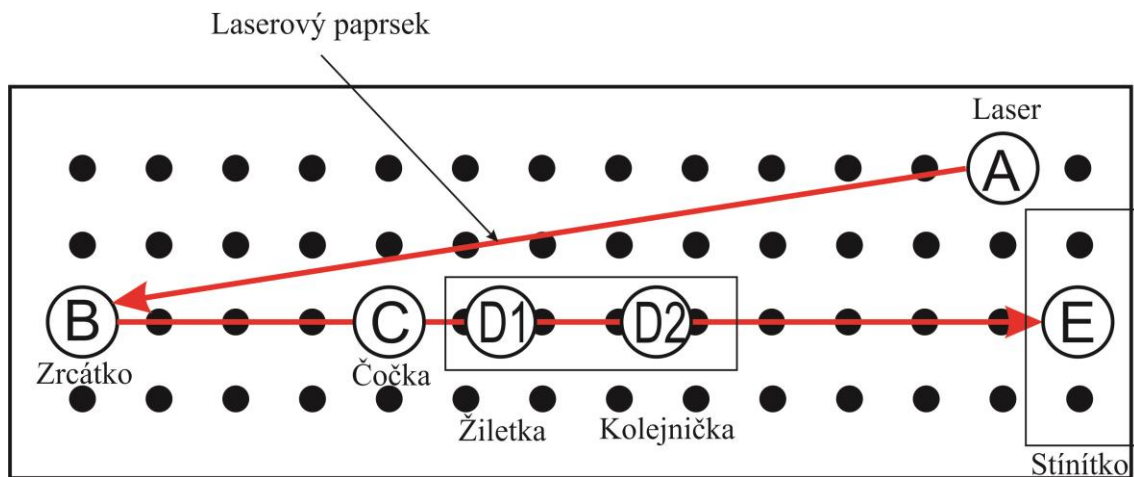


Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------

ŘEŠENÍ

Experimentální úloha č. 1 Vlnová délka diodového laseru

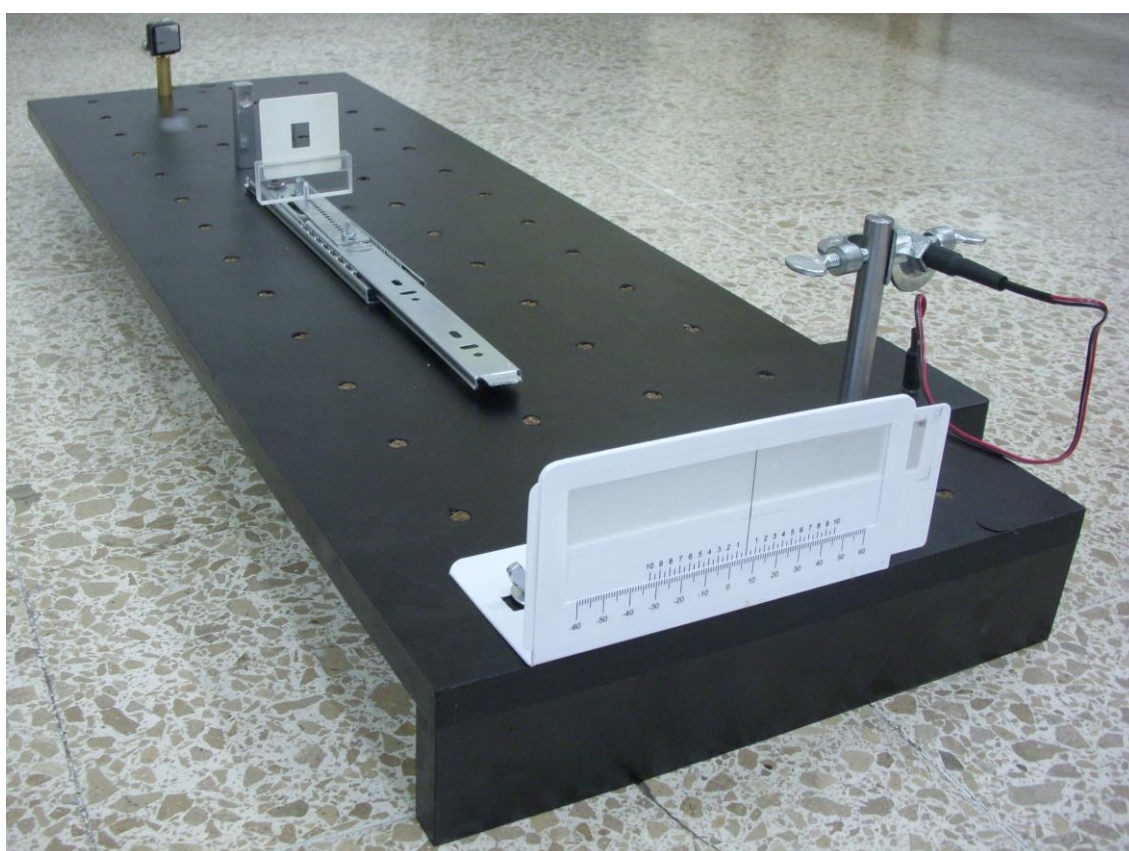
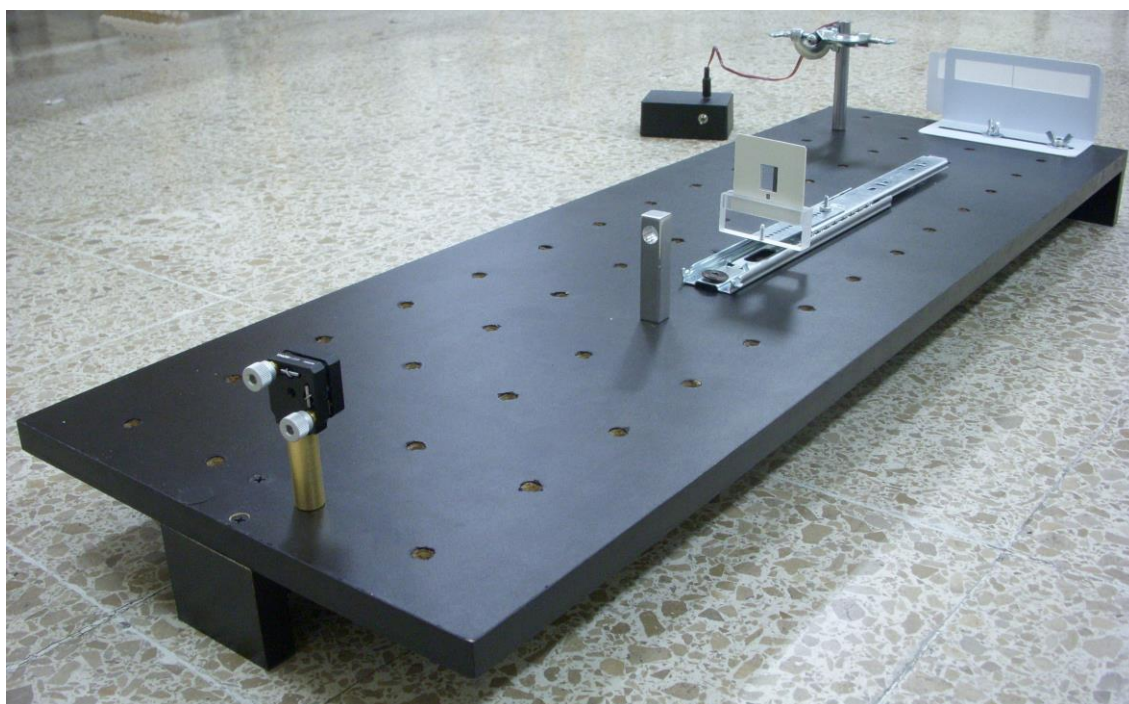
Úloha 1.1 Experimentální uspořádání



(0,75)

1.1	$h \pm \Delta h = (5,0 \pm 0,05) \cdot 10^{-2} \text{ m}$ (0.25)	1,0
-----	--	-----

Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------



Experimentální složení pro měření vlnové délky laseru

Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------

Úkol 1.2 Výrazy pro rozdíly optických drah

1.2	Výrazy pro rozdíly optických drah jsou: Případ I: (0,25) $\Delta_I(n) = (BF + FP) - BP = (L_b - L_0) + \sqrt{L_0^2 + L_R^2(n)} - \sqrt{L_b^2 + L_R^2(n)}$ $= (L_b - L_0) + L_0 \sqrt{1 + \frac{L_R^2(n)}{L_0^2}} - L_b \sqrt{1 + \frac{L_R^2(n)}{L_b^2}}$ použitím $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ $\approx (L_b - L_0) + L_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_R^2(n)}{L_0^2}\right) - L_b \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_R^2(n)}{L_b^2}\right)$ $\Rightarrow \Delta_I(n) \approx \frac{1}{2} L_R^2(n) \left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b}\right)$ Případ II: (0,25) $\Delta_{II}(n) = (FB + BP) - FP = (L_0 - L_a) + \sqrt{L_a^2 + L_L^2(n)} - \sqrt{L_0^2 + L_L^2(n)}$ $\approx (L_0 - L_a) + L_a \sqrt{1 + \frac{L_L^2(n)}{L_a^2}} - L_0 \sqrt{1 + \frac{L_L^2(n)}{L_0^2}}$ použitím $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ $\approx (L_0 - L_a) + L_a \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_L^2(n)}{L_a^2}\right) - L_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_L^2(n)}{L_0^2}\right)$ $\Rightarrow \Delta_{II}(n) \approx \frac{1}{2} L_L^2(n) \left(\frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0}\right)$	0,5
-----	---	-----

Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------

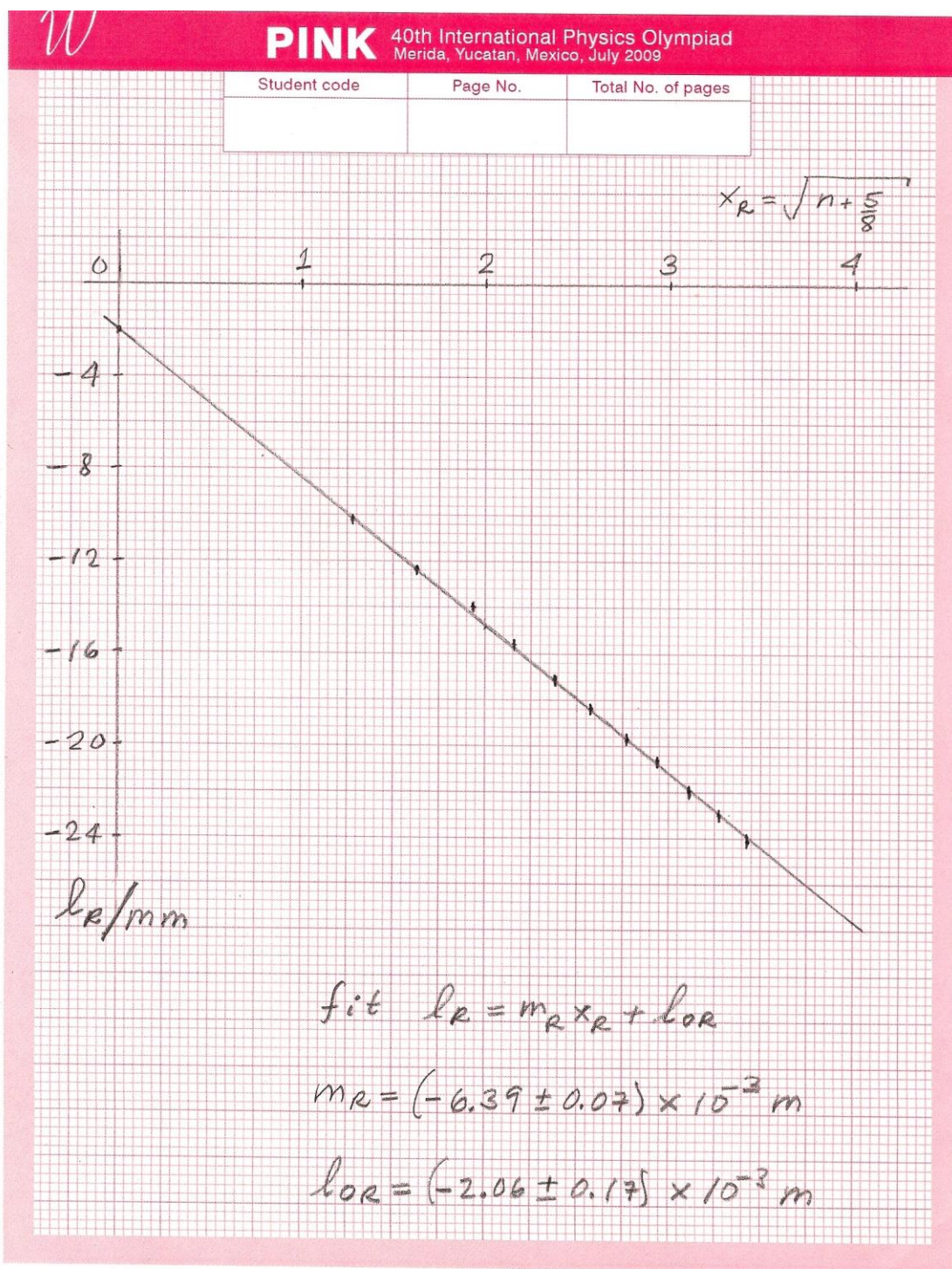
Úkol 1.3 Měření poloh tmavých proužků a umístění žiletky

TABULKA I
(2,5)

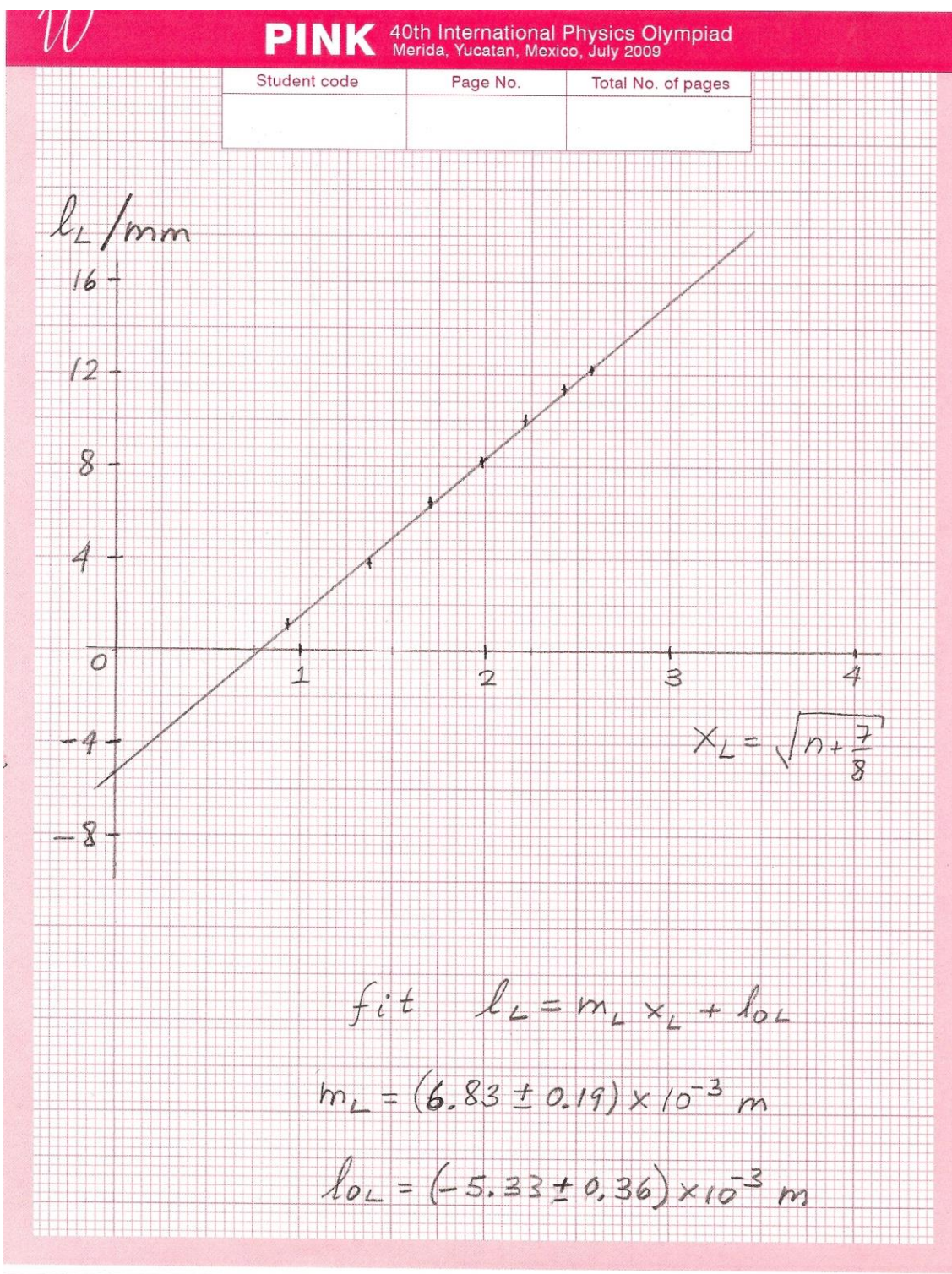
n	$(l_R(n) \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$(l_L(n) \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$	x_R	x_L
0	-7,5	1,1	0,791	0,935
1	-10,1	3,7	1,275	1,369
2	-12,4	6,4	1,620	1,696
3	-14,0	8,2	1,903	1,968
4	-15,6	10,0	2,151	2,208
5	-17,2	11,4	2,372	2,424
6	-18,4	12,2	2,574	2,622
7	-19,7		2,761	
8	-20,7		2,937	
9	-22,0		3,102	
10	-23,0		3,260	
11	-24,1		3,410	

1.3	$L_b \pm \Delta L_b = (653 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$, použité měřidlo: I – svinovací metr, $L_a \pm \Delta L_a = (628 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$, použité měřidlo: I – svinovací metr, $d = L_b - L_a = (24,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$, použité měřidlo: H – posuvné měřítko.	3,25
-----	--	------

Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------



Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------



Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------

Úkol 1.4 Statistická analýza naměřených dat

1.4	Z podmínky pro tmavé proužky a z výsledků úkolu 2 můžeme psát: $\frac{1}{2} L_R^2(n) \left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b} \right) = \left(n + \frac{5}{8} \right) \lambda,$ resp. $\frac{1}{2} L_L^2(n) \left(\frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0} \right) = \left(n + \frac{7}{8} \right) \lambda.$ Užitím vztahů (1.5) přepíšeme tyto rovnosti, $\frac{1}{2} (l_R(n) - l_{0R})^2 \left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b} \right) = \left(n + \frac{5}{8} \right) \lambda \Rightarrow l_R(n) = \sqrt{\frac{2L_b L_0}{L_b - L_0}} \lambda \sqrt{n + \frac{5}{8}} + l_{0R},$ resp. $\frac{1}{2} (l_L(n) - l_{0L})^2 \left(\frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0} \right) = \left(n + \frac{7}{8} \right) \lambda \Rightarrow l_L(n) = \sqrt{\frac{2L_a L_0}{L_0 - L_a}} \lambda \sqrt{n + \frac{7}{8}} + l_{0L}.$ Můžeme tedy použít v obou případech lineární regresi, $y = mx + b$. Případ I: $y_R = l_R \quad x_R = \sqrt{n + \frac{5}{8}} \quad m_R = \sqrt{\frac{2L_b L_0}{L_b - L_0}} \lambda \quad b_R = l_{0R}.$ Případ II: $y_L = l_L \quad x_L = \sqrt{n + \frac{7}{8}} \quad m_L = \sqrt{\frac{2L_a L_0}{L_0 - L_a}} \lambda \quad b_L = l_{0L}.$ (1,25) Lineární regresi provedeme metodou nejmenších čtverců. Do 4. a 5. sloupce tabulky 1 doplníme hodnoty x_R a x_L. Rovnice pro metodu nejmenších čtverců jsou $m = \frac{N \sum_{n=1}^N x_n y_n - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N y_{n'}}{\Delta}, \quad b = \frac{\sum_{n=1}^N x_n^2 \sum_{n'=1}^N y_{n'} - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N x_{n'} y_{n'}}{\Delta},$ kde $\Delta = N \sum_{n=1}^N x_n^2 - \left(\sum_{n=1}^N x_n \right)^2$ a N značí počet měření. Chyby měření se počítají ze vztahů $(\Delta m)^2 = N \frac{\sigma^2}{\Delta}, \quad (\Delta b)^2 = \frac{\sigma^2}{\Delta} \sum_{n=1}^N x_n^2, \quad \text{kde}$	3,25
-----	--	------

Country Code:	Student Number:	Experimental Problem No:	Page No:	Total Number of Pages:
---------------	-----------------	--------------------------	----------	------------------------

$\sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{n=1}^N (y_n - b - mx_n)^2.$ Z naměřených hodnot získáme: $m_R \pm \Delta m_R = (-6,39 \pm 0,07) \cdot 10^{-3} \text{ m},$ $m_L \pm \Delta m_L = (6,83 \pm 0,19) \cdot 10^{-3} \text{ m},$ $l_{0R} \pm \Delta l_{0R} = b_R \pm \Delta b_R = (-2,06 \pm 0,17) \cdot 10^{-3} \text{ m},$ $l_{0L} \pm \Delta l_{0L} = b_L \pm \Delta b_L = (-5,33 \pm 0,36) \cdot 10^{-3} \text{ m}.$	
--	--

Úloha 1.5 Výpočet vlnové délky λ

1.5	Využitím obou směrnic a hodnoty L_0 vypočteme $\lambda = \frac{L_b - L_a}{2L_a L_b} \frac{m_R^2 m_L^2}{m_R^2 + m_L^2} = \frac{d}{2L_a L_b} \frac{m_R^2 m_L^2}{m_R^2 + m_L^2},$ což pro naše naměřené hodnoty dává $\lambda \pm \Delta \lambda = (663 \pm 25) \cdot 10^{-9} \text{ m}.$ Chyba by se měla pohybovat od 15 do 30 nanometrů. Přesné měření vlnové délky použitého laseru (jinou metodou) dává $\lambda \pm \Delta \lambda = (655 \pm 1) \cdot 10^{-9} \text{ m}.$ Uveďme ještě vztahy pro výpočet chyby vlnové délky, $\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial d}\right)^2 \Delta d^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial L_a}\right)^2 \Delta L_a^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial L_b}\right)^2 \Delta L_b^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial m_R}\right)^2 \Delta m_R^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial m_L}\right)^2 \Delta m_L^2}.$ Zřejmě platí, $\frac{\partial \lambda}{\partial d} = \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial L_b} = -\frac{\lambda}{L_b}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial L_a} = -\frac{\lambda}{L_a} \quad \text{a} \quad \frac{\partial \lambda}{\partial m_R} = -\frac{2m_L^2}{m_R} \frac{\lambda}{m_L^2 + m_R^2}$ a analogicky pro druhou směrnicí. Je možné všechny tyto veličiny počítat přímo. Nicméně, je zřejmé, že příspěvky k celkové chybě od L_a, L_b a d jsou zanedbatelné. Navíc $m_R^2 \approx m_L^2$ a $L_a \approx L_b$. Tedy, $\frac{\partial \lambda}{\partial m_R} \approx \frac{\lambda}{m_R} \approx \frac{\partial \lambda}{\partial m_L}.$ Pro chybu vlnové délky platí, $\Delta \lambda \approx \sqrt{2} \frac{\lambda}{m_L} \Delta m_L \approx (25 \cdot 10^{-9}) \text{ m}.$	2,0
-----	--	-----