

ZMĚNY TEPLoty VZDUCHU S VÝŠKOU NAD ZEMÍ, STABILITA ATMOSFÉRY A ZNEČIŠTĚNÍ VZDUCHU

Svislé (vertikální) proudění vzduchu řídí mnoho atmosférických procesů, jako např. vznik oblačnosti a srážek a rozptyl znečišťujících látek. Pokud je atmosféra *stabilní*, svislé proudění je potlačeno a znečišťující látky mají spíše tendenci hromadit se v blízkosti svých zdrojů než se rozptýlovat a tím ředit. Naproti tomu v *labilní* atmosféře svislé proudění podporuje svislé rozptylování látek znečišťujících vzduch. Tedy koncentrace znečišťujících látek nezávisí jen na intenzitě emisních zdrojů, ale také na *stabilitě* atmosféry.

Určíme stabilitu atmosféry užitím představy *vzduchového balíku*, používané v meteorologii. Porovnáme teplotu vzduchového balíku, která vzrůstá nebo klesá adiabaticky v atmosféře, s teplotou okolního vzduchu. Uvidíme, že v mnoha případech se vzduchový balík, obsahující znečišťující látky a stoupající nahoru, zastaví v jisté výšce nad zemí, zvané *výška směšování*. Čím vyšší je výška směšování, tím nižší je koncentrace znečišťujících látek. Vypočítáme výšku směšování a koncentraci oxidu uhelnatého emitovaného motocykly v centrální části Hanoje pro scénář ranní dopravní špičky, ve které je svislé míšení omezeno díky teplotní inverzi (teplota vzduchu stoupá s výškou) ve výškách nad zemí větších než 119 m.

Vzduch považujte za ideální dvouatomový plyn s molární hmotností $\mu = 29 \text{ g/mol}$.

Pro adiabatický děj platí zákon $pV^\gamma = \text{const}$, kde $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ je poměr tepelných

kapacit plynu při konstantním tlaku a objemu.

Pokud bude třeba, můžete použít následující konstanty:

Molární plynová konstanta $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$.

Atmosférický tlak v nulové výšce je $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$

Tíhové zrychlení je konstantní $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Molární tepelná kapacita při stálém tlaku: $c_p = \frac{7}{2}R$ pro vzduch, $c_p = 4R$ pro

vodní páru

Molární tepelná kapacita při stálém objemu: $c_v = \frac{5}{2}R$ pro vzduch, $c_v = 3R$

pro vodní páru.

Matematické nápovědy

a.

$$\int \frac{dx}{A+Bx} = \frac{1}{B} \int \frac{d(A+Bx)}{A+Bx} = \frac{1}{B} \ln(A+Bx)$$

b. Řešení diferenciální rovnice $\frac{dx}{dt} + Ax = B$ (kde A a B jsou konstanty) je

$$x(t) = x_1(t) + \frac{B}{A} \quad \text{kde} \quad x_1(t) \quad \text{je řešením diferenciální rovnice} \quad \frac{dx}{dt} + Ax = 0.$$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

1. 1. Změna tlaku s výškou nad zemí

1.1. Předpokládejte, že teplota atmosféry se nemění a je rovna T_0 . Zapište výraz udávající atmosférický tlak p jako funkci výšky nad zemí z v tomto modelu.

1.2. Předpokládejte, že teplota atmosféry klesá s výškou lineárně, tedy

$$T(z) = T(0) - \Lambda z,$$

kde Λ je konstanta zvaná *míra poklesu teploty* atmosféry (svislý gradient teploty je $-\Lambda$).

1.2.1. Zapište vztah udávající atmosférický tlak p jako funkci výšky nad zemí z v tomto modelu.

1.2.2. Proces zvaný volná konvekce (proudění) nastává, pokud hustota vzduchu roste s výškou nad zemí. Pro jaké hodnoty Λ nastane volná konvekce?

2. Změna teploty vzduchového balíku při svislém pohybu

Uvažujte vzduchový balík pohybující se v atmosféře nahoru a dolů. Vzduchový balík je plynné těleso dostatečných rozměrů, několik metrů napříč, které považujeme za nezávislou termodynamickou soustavu, avšak dostatečně malou na to, abychom mohli uvažovat v každém jejím bodě stejnou teplotu. Svislý pohyb vzduchového balíku je možné považovat za kvazi-adiabatický proces, neboť tepelná výměna s okolním vzduchem je zanedbatelná. Pokud vzduchový balík stoupá v atmosféře, snižuje svůj tlak a ochlazuje se. Naopak, pokud se pohybuje směrem dolů, rostoucí okolní tlak stlačuje vzduch uvnitř balíku a jeho teplota roste.

Jelikož velikost balíku není velká, lze uvažovat, že atmosférický tlak má v různých

bodech na hranici balíku stejnou hodnotu $p(z)$, kde z značí výšku středu balíku nad zemí. Teplota je stejná ve všech bodech balíku a rovná se $T_{\text{parcel}}(z)$ a je obecně odlišná od teploty okolního vzduchu $T(z)$. V odstavcích 2.1 a 2.2 nepřekládáme nic o tvaru funkce $T(z)$.

2.1. Změna teploty balíku T_{parcel} s výškou nad zemí je dána vztahem

$$\frac{dT_{\text{parcel}}}{dz} = -G. \text{ Odvoďte výraz pro } G(T, T_{\text{parcel}}).$$

2.2. Uvažujte speciální podmínku – v jakékoliv výšce nad zemí z se teplota atmosféry T rovná teplotě balíku T_{parcel} , neboli $T(z) = T_{\text{parcel}}(z)$. Označme Γ hodnotu G pro $T = T_{\text{parcel}}$, tedy $\Gamma = -\frac{dT_{\text{parcel}}}{dz}$ (pro $T = T_{\text{parcel}}$). Γ se nazývá *suchá adiabatická míra poklesu teploty atmosféry*.

2.2.1. Odvoďte výraz pro Γ

2.2.2. Vypočítejte číselně hodnotu Γ .

2.2.3. Odvoďte výraz pro teplotu atmosféry $T(z)$ jako funkci výšky nad zemí.

2.3. Předpokládejte, že teplota atmosféry závisí na výšce podle vztahu $T(z) = T(0) - \Lambda z$, kde Λ je konstanta. Nalezněte závislost teploty balíku $T_{\text{parcel}}(z)$ na výšce z .

2.4. Napište přibližný výraz pro $T_{\text{parcel}}(z)$, pokud $|\Lambda z| \ll T(0)$ a $T(0) \approx T_{\text{parcel}}$.

3. Stabilita atmosféry

V této části předpokládáme, že T se mění lineárně s výškou.

3.1. Uvažujte vzduchový balík na počátku v rovnováze s okolním vzduchem ve výšce z_0 , tedy mající stejnou teplotu $T(z_0)$ jakou má okolní vzduch. Pokud se vzduchový balík mírně pohybuje nahoru a dolů (např. vlivem atmosférických turbulencí), může nastat jeden z následujících tří případů:

- Vzduchový balík se vrátí zpět do původní výšky z_0 , rovnováha je stabilní.

Atmosféru nazveme stabilní.

- Balík se stále pohybuje v původním směru, jeho rovnováha je labilní. Atmosféra je labilní.

- Vzduchový balík zůstává ve své nové pozici, rovnováha je neutrální. Atmosféru nazveme neutrální.

Jakou podmínku musí splňovat Λ , aby atmosféra byla stabilní, labilní a neutrální?

3.2. Teplota balíku v nulové výšce $T_{\text{parcel}}(0)$ je vyšší než teplota $T(0)$ okolního vzduchu. Vztaková síla způsobí, že balík bude stoupat. Odvoďte výraz pro maximální výšku, které může balík dosáhnout v případě stabilní atmosféry, v závislosti na Λ a Γ .

4. Výška směšování

4.1. Tabulka 1 udává teploty vzduchu zaznamenané balónem jednoho listopadového dne v 7:00 ráno v Hanoji. Změnu teploty s výškou lze přibližně popsat výrazem $T(z) = T(0) - \Lambda z$ s různými hodnotami míry poklesu teploty Λ pro tři vrstvy $0 < z < 96 \text{ m}$, $96 \text{ m} < z < 119 \text{ m}$, a $119 \text{ m} < z < 215 \text{ m}$.

Uvažujme vzduchový balík s teplotou $T_{\text{parcel}}(0) = 22^\circ\text{C}$ stoupající z nulové výšky.

Na základě dat z tabulky 1 vypočítejte užitím výše uvedené lineární aproximace teplotu balíku ve výškách 96 m a 119 m.

4.2. Určete maximální výšku H , které může balík dosáhnout a teplotu $T_{\text{parcel}}(H)$ balíku.

H se nazývá výška směšování. Látky znečišťující vzduch emitované z nulové výšky se mohou mísit se vzduchem (např. větrem, turbulencemi a rozptylem) a rozředí se ve vrstvě atmosféry pod výškou směšování.

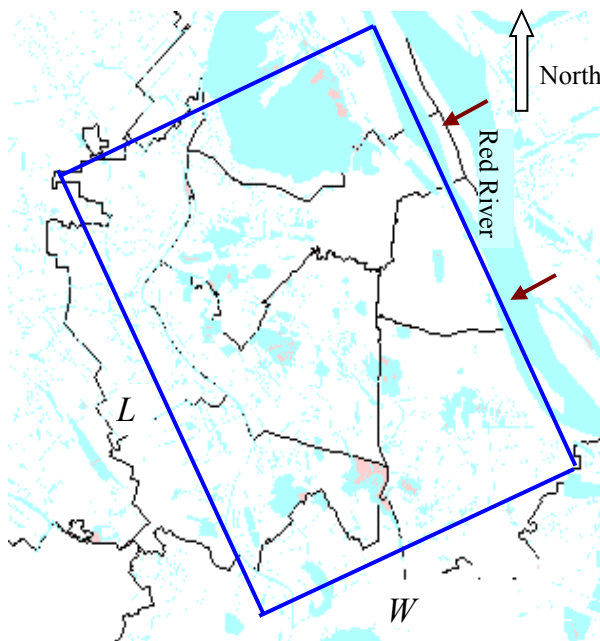
Tabulka 1

Data zaznamenaná balónem v 7:00 ráno jednoho listopadového dne v Hanoji.

Výška (m)	Teplota (°C)
5	21,5
60	20,6
64	20,5
69	20,5
75	20,4
81	20,3
90	20,2
96	20,1
102	20,1
109	20,1
113	20,1
119	20,1
128	20,2
136	20,3
145	20,4
153	20,5
159	20,6
168	20,8
178	21,0
189	21,5
202	21,8
215	22,0
225	22,1
234	22,2
246	22,3
257	22,3

5. Odhad znečištění oxidem uhelnatým (CO) během ranní motocyklové špičky v Hanoji

Centrální část Hanoje lze vymezit obdélníkem o stranách L a W , jak je znázorněno na obrázku. Jedna strana je souběžná s jihozápadním břehem Rudé řeky.



Odhaduje se, že během ranní špičky, od 7:00 do 8:00 ráno, jezdí po silnicích $8 \cdot 10^5$ motocyklů, každá ujede v průměru 5 km a vyprodukuje 12 g CO na kilometr. Znečišťující CO je emitován přibližně rovnoměrně v čase s konstantou úměrnosti M během dopravní špičky. Zároveň fouká neznečištěný severovýchodní vítr kolmo na Rudou řeku (tedy kolmo na stranu L obdélníka) s rychlostí u , touto rychlostí opouští centrální část města a odnáší tak část CO-znečištěného vzduchu pryč.

Užijme následující hrubý model:

- CO se rychle šíří celým objemem vrstvy směšování nad centrální částí Hanoje, tak že koncentraci $C(t)$ oxidu uhelnatého CO v čase t lze považovat za stejnou v celém kvádru o rozměrech L , W a H .
- Vzduch, který přináší vítr do tohoto kvádru je čistý a neuvažuje se žádný únik znečištění stěnami kvádru rovnoběžnými se směrem větru.
- Před 7:00 ráno je koncentrace CO v atmosféře zanedbatelná.

5.1. Sestavte diferenciální rovnici určující koncentraci $C(t)$ znečištění CO v daném objemu jako funkci času.

5.2. Napište řešení rovnice pro $C(t)$.

5.3. Vypočtete číselně koncentraci $C(t)$ v 8:00. Jsou zadane hodnoty $L = 15$ km, $W = 8$ km, $u = 1$ m/s.