

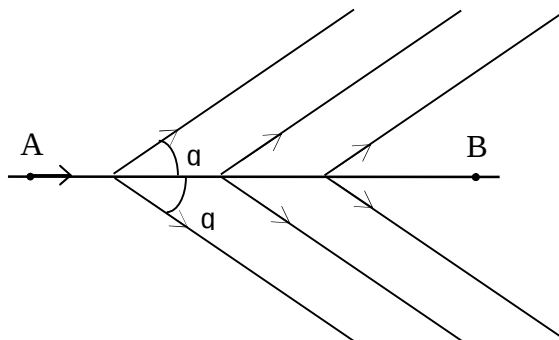
ČERENKOVOVO ZÁŘENÍ A ZOBRAZOVACÍ PRSTENCOVÝ ČÍTAČ

Světlo se ve vakuu šíří rychlostí c . Neexistuje částice, která by se pohybovala rychlostí větší než c . Nicméně je možné, aby se v průsvitném prostředí částice pohybovala rychlostí v , která je větší než je rychlost světla ve stejném prostředí $\frac{c}{n}$, kde n je index lomu prostředí. Experiment (Čerenkov, 1934) a později i teorie (Tamm a Frank, 1937) prokázaly, že nabitá částice se v průsvitném prostředí o indexu lomu n pohybuje rychlostí v tak, že $v > \frac{c}{n}$.

Přitom vyzařuje světlo, zvané Čerenkovovo záření, ve směrech svírajících s trajektorií úhel

$$\varphi = \arccos \frac{1}{bn} \quad (1)$$

kde $b = \frac{v}{c}$.



1. Uvažujme částici, pohybující se stálou rychlostí $v > \frac{c}{n}$ po přímce. Bodem A prochází v čase 0 a bodem B v čase t_1 . Díky symetrii problému vzhledem k rotacím okolo přímky AB, stačí uvažovat světelné paprsky v rovině obsahující přímku AB.

V jakémkoliv bodě C mezi A a B emituje částice sférickou světelnou vlnu, která se šíří rychlostí $\frac{c}{n}$. Definujme čelo vlny v daném čase t jako obálku všech těchto sfér v tomto čase.

1.1. Určete čelo vlny v čase t_1 a nakreslete jeho průnik s rovinou obsahující trajektorii částice.

1.2. Vyjádřete úhel φ mezi tímto průnikem a trajektorií částice v závislosti na n a b .

2. Uvažujme svazek částic pohybujících se rychlostí $v > \frac{c}{n}$ podél přímky IS tak, že úhel φ je malý. Svazek prochází dutým (konkávním) sférickým zrcadlem s ohniskovou vzdáleností f a středem C v bodě S. Přímka SC svírá s přímkou SI malý úhel α (viz obrázek v listu odpovědí). Svazek částic vytvoří obraz tvaru prstence v ohniskové rovině zrcadla. Pomocí nákresu ilustrujícího tento fakt vysvětlete proč tomu tak je. Vypočítejte

polohu středu O a poloměr r prstence.

Takové soustavy se používá v zobrazovacích prstencových Čerenkovových čítačích (RICH z angl. ring imaging Cherenkov counter), přičemž prostředí, ve kterém se částice pohybuje, se nazývá zářič.

Poznámka: ve všech otázkách této úlohy zanedbávejte členy druhého a vyšších řádů v proměnných a a q .

3. Svazek částic o známé hybnosti $p = 10,0 \text{ GeV}/c$ obsahuje tři typy částic: protony, kaony a piony s klidovými hmotnostmi $M_p = 0,94 \text{ GeV}/c^2$, $M_k = 0,50 \text{ GeV}/c^2$ a $M_\pi = 0,14 \text{ GeV}/c^2$. Připomínáme, že pc a Mc^2 mají rozměr energie a 1 eV je energie, kterou získá elektron při urychlení napětím 1 V , $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ a $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

Svazek částic se pohybuje ve vzduchovém prostředí (zářiči) o tlaku P . Index lomu vzduchu závisí na jeho tlaku P , měřeném v jednotkách atmosféra, podle vztahu

$$n = 1 + aP, \text{ kde } a = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ atm}^{-1}.$$

3.1. Vypočítejte pro každou ze tří typů částic minimální hodnotu $P_{\min}$ tlaku vzduchu, aby emitovaly Čerenkovovo záření.

3.2. Vypočítejte tlak $P_{\frac{1}{2}}$, při kterém prstencový obraz kaonů má poloměr rovný jedné

polovině prstence odpovídajícího pionům. Vypočítejte hodnoty q_k a q_π v tomto případě.

Je možné za tohoto tlaku pozorovat prstencový obraz protonů?

4. Předpokládejte nyní, že svazek není dokonale monochromatický: hybnosti částic jsou rozděleny v intervalu se středem v $10 \text{ GeV}/c$ majícím pološířku Δp v poloviční výšce. Toto rozšiřuje prstencový obraz, Rozdělení q má odpovídající pološířku v polovině výšky Δq . Tlak v zářiči je $P_{\frac{1}{2}}$ vypočtený v 3.2.

4.1. Vypočítejte $\frac{\Delta q_k}{\Delta p}$ a $\frac{\Delta q_\pi}{\Delta p}$, tj. hodnoty $\frac{\Delta q}{\Delta p}$ pro případ kaonů a pionů.

4.2. Pokud oddělení obou prstencových obrazů $q_\pi - q_k$ je větší než 10 krát součet pološířek $\Delta q = \Delta q_k + \Delta q_\pi$, tedy $q_\pi - q_k > 10 \Delta q$, je možné dobře rozlišit dva prstencové obrazce. Vypočtete maximální hodnotu Δp takovou, aby byly oba

prstencové obrazy dobře rozlišitelné.

5. Čerenkov poprvé objevil jev nesoucí jeho jméno, když pozoroval láhev vody umístěnou v blízkosti radioaktivního zdroje. Pozoroval, že voda v láhvi emituje světlo.

5.1. Najděte minimální kinetickou energii $T_{\min}$ částice s klidovou hmotností M pohybující se ve vodě, aby emitovala Čerenkovovo záření. Index lomu vody je $n = 1,33$.

5.2. Radioaktivní zdroj, který použil Čerenkov, emituje buď **a** částice (tj. jádra helia) mající klidovou hmotnost $M_\alpha = 3,8 \text{ GeV}/c^2$ nebo **b** částice (tj. elektrony) mající klidovou hmotnost $M_e = 0,51 \text{ MeV}/c^2$. Vypočítejte číselné hodnoty $T_{\min}$ pro **a** částice a **b** částice.

Víte-li, že kinetická energie částic emitovaných radioaktivním zdrojem nikdy nepřekročí několik MeV, zjistěte, které částice způsobily záření, pozorované Čerenkovovem.

6. V předchozí části úlohy jsme zanedbávali závislost Čerenkovova jevu na vlnové délce λ . Vezmeme nyní v úvahu fakt, že Čerenkovovo záření částice má široké spojitě spektrum zahrnující viditelnou oblast (vlnové délky od $0,4 \mu\text{m}$ do $0,8 \mu\text{m}$). Víme také, že index lomu n zářiče klesne lineárně o 2% z hodnoty $(n-1)$ při růstu λ v intervalu viditelné oblasti.

6.1. Uvažujte svazek pionů s přesnou hybností $10,0 \text{ GeV}/c$ pohybující se ve vzduchu o tlaku 6 atm. Nalezněte úhlový rozdíl $d\theta$ spojený s oběma konci viditelné oblasti.

6.2. Na tomto základě, studujte kvalitativně jev disperze na prstencovém obrazci pionů s hybností rozdělenou v intervalu se středem v $p = 10 \text{ GeV}/c$ majícím pološířku v polovině výšky $\Delta p = 0,3 \text{ GeV}/c$.

6.2.1. Vypočítejte rozšíření díky disperzi (mění se index lomu) a rozšíření způsobené nemonochromaticností svazku (mění se hybnost).

6.2.2. Popište, jak se mění barva prstence od vnitřního k vnějšímu okraji zaškrtnutím příslušného rámečku v listu odpovědí.