

VODOU POHÁNĚNÝ HMOŽDÍŘ K DRCENÍ RÝŽE

A. Úvod

Rýže je hlavní potravinou většiny Vietnamců. Bílá rýže se získává z rýže neloupané odstraněním slupky (vylupování) a odstraněním vrstvy otrub (drcení). Hornaté části severního Vietnamu oplývají vodními toky a tamní lidé používají vodou poháněné hmoždíře na drcení rýže k odstranění vrstvy otrub. Na obr. 1 je ukázka takového hmoždíře, obr. 2 ukazuje jeho funkci.

B. Konstrukce a funkce

1. Konstrukce

Hmoždíř drtící rýži z obr. 1 má následující části:

Hmoždíř, jednoduchá dřevěná nádoba na rýži.

Páka, což je kmen stromu s jedním silnějším a jedním tenčím koncem. Je otočná okolo vodorovné osy. *Palice* je připevněna kolmo na tenčí konec páky. Délka palice je taková, aby se dotýkala rýže v hmoždíři, když je páka ve vodorovné poloze. V silnějším konci páky je vyhloubena díra sloužící jako nádoba na vodu. Tvar této prohlubně je zásadní pro fungování hmoždíře.

2. Režimy činnosti

Hmoždíř má dva režimy.

Pracovní režim. V tomto režimu hmoždíř prochází cyklem operací ilustrovaných na obr. 2.

Vlastní drcení rýže palicí probíhá během fáze (f) na obr. 2. Pokud se z nějakých důvodů, palice nedotýká rýže, říkáme, že hmoždíř nepracuje.

Odpočinkový režim se zvednutou pákou. Během fáze (c) cyklu na obr. 2, když úhel vychýlení α roste, množství vody v prohlubni klesá. V jistém časovém okamžiku, množství vody pouze vyváží hmotnost palice. Označme úhel vychýlení v tomto okamžiku $\mathbf{b}$. Kdybychom nechali páku v tomto stavu s nulovou počáteční úhlovou rychlostí, zůstala by v této pozici trvale. Toto je odpočinkový režim se zvednutou pákou. Stabilita této polohy závisí na hmotnostním toku Φ vody přitékající do prohlubně.

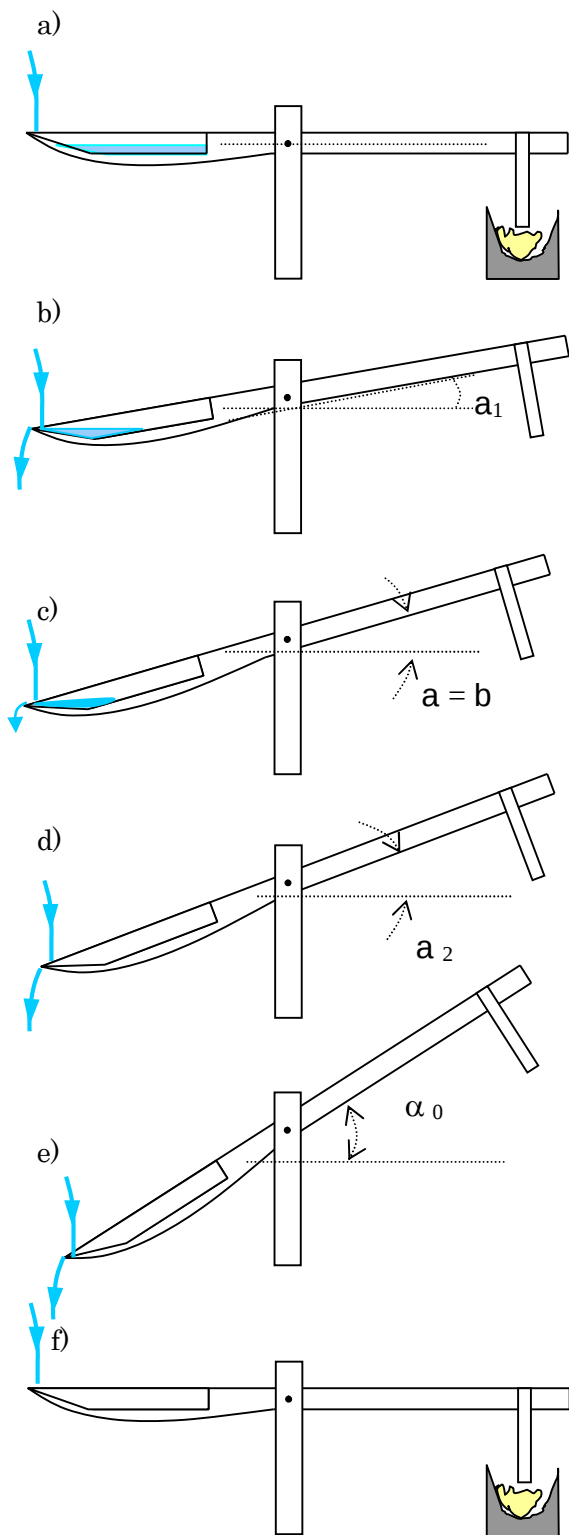
Pokud Φ překročí jistou hodnotu Φ_2 , je tento odpočinkový režim stabilní a hmoždíř nelze použít v pracovním režimu. Jinými slovy, Φ_2 je minimální tok zamezující práci hmoždíře.



Obrázek 1

Vodou poháněný hmoždíř k drcení rýže

CYKLUS OPERACÍ VODOU POHÁNĚNÉHO HMOŽDÍŘE K DRCENÍ RÝŽE



Obrázek 2.

a) Na začátku není v prohlubni žádná voda, palice volně spočívá v hmoždíři. Voda pomalu přitéká do prohlubně, ale páka zůstává nějaký čas ve vodorovné poloze.

b) V jistém okamžiku je množství vody dostatečné ke zvednutí páky nahoru. Díky vychýlení voda přetéká do vzdálenější části prohlubně a vychyluje tak páku rychleji. Voda začíná vytékat při $a = a_1$.

c) Jak se úhel a zvětšuje, voda začíná vytékat. Pro jistý úhel $a = b$ je celkový otáčivý moment síly nulový.

d) a se stále zvětšuje, voda stále vytéká, dokud všechna nevyteče z prohlubně.

e) a se stále zvětšuje působením setrvačnosti. Voda padá do prohlubně, ale okamžitě vytéká ven díky jejímu tvaru. Setrvačný pohyb páky pokračuje, dokud a nedosáhne své maximální hodnoty a_0 .

f) S prázdnou prohlubní, tíha palice táhne páku do vodorovné polohy. Palice udeří do hmoždíře s rýží uvnitř a začíná nový cyklus.

C. Úloha

Uvažujte vodou poháněný hmoždíř k drcení rýže s následujícími parametry (obr. 3)

Hmotnost páky (včetně palice, ale bez vody) je $M = 30 \text{ kg}$.

Hmotný střed páky je G . Páka se otáčí okolo osy T (projektované na bod T na obrázku).

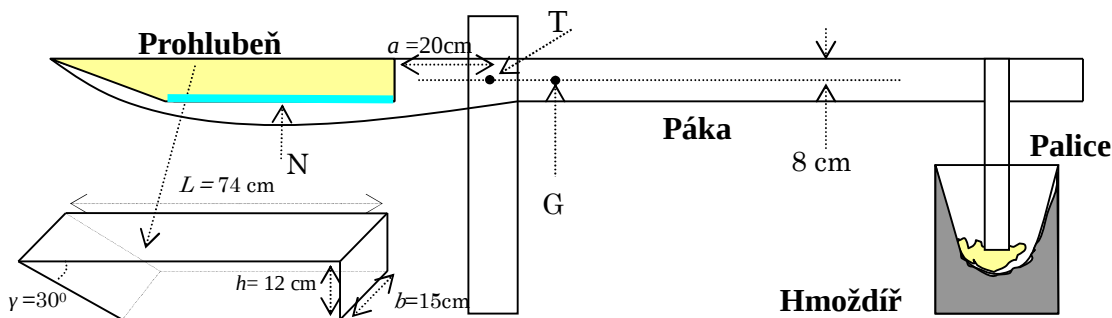
Moment setrvačnosti páky vzhledem o ose T je $I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Pokud je v prohlubni voda, označme její hmotnost m , a její hmotný střed N .

Úhel vychýlení páky vzhledem k vodorovné ose je α .

Hlavní délkové míry hmoždíře a prohlubně jsou na obr. 3.

Zanedbejte tření v ose otáčení a sílu způsobenou dopadem vody do prohlubně. Předpokládejme, že vodní povrch je stále vodorovný.



Obrázek 3. Náčrt a rozměry hmoždíře k drcení rýže

1. Struktura hmoždíře

Na začátku je prohlubeň prázdná a páka je ve vodorovné poloze. Voda přitéká do prohlubně, dokud nezačne otáčení. Hmotnost vody v prohlubni v této chvíli je $m = 1,0 \text{ kg}$.

1.1. Určete vzdálenost hmotného středu páky G od osy rotace T . Je známo, že přímka GT je vodorovná, je-li prohlubeň prázdná.

1.2. Voda začíná vytékat z prohlubně, když úhel, který svírá páka s vodorovnou osou, dosáhne hodnoty α_1 . Prohlubeň je zcela prázdná, když má tento úhel hodnotu α_2 .

Určete α_1 a α_2 .

1.3. Buď $m(\alpha)$ celkový otáčivý moment síly (vzhledem k ose T), který je způsoben

tíhou páky a vody v prohlubni. $m(a)$ je nulový pro $a = b$. Určete b a hmotnost m_1 vody v prohlubni v tomto případě.

2. Parametry pracovního režimu

Nechť voda přitéká do prohlubně s hmotnostním tokem Φ , který je konstantní a malý. Množství vody, které přitéká do prohlubně během pohybu páky, je zanedbatelné. V této části zanedbejte změnu momentu setrvačnosti během pracovního cyklu.

2.1. Načrtněte graf závislosti otáčivého momentu síly m v závislosti na úhlu a , $m(a)$, během jednoho pracovního cyklu. Explicitně запиšte hodnoty $m(a)$ pro úhly α_1 , α_2 a $\alpha = 0$.

2.2. Na základě grafu, který jste získali v sekci 2.1, diskutujte a geometricky interpretujte hodnotu celkové mechanické energie W_{total} získané pákou během jednoho cyklu díky působení $m(a)$ a mechanickou práci W_{pounding} , kterou vykoná palice na rýži.

2.3. Z grafu závislosti m na a , odhadněte a_0 a W_{pounding} (předpokládejte, že kinetická energie vody dopadající do prohlubně a vytékající ven je zanedbatelná.) Můžete nahradit křivky po částech lineární funkcí, pokud vám to usnadní výpočty.

3. Odpočinkový režim

Nechť voda přitéká do prohlubně konstantním tokem Φ , avšak není možné zanedbat množství vody přitékající do prohlubně během pohybu páky.

3.1. Předpokládejte, že prohlubeň stále přetéká,

3.1.1. Načrtněte graf závislosti otáčivého momentu síly m jako funkci úhlu a v malém okolí $a = b$. Jakému typu rovnováhy odpovídá poloha páky při $a = b$?

3.1.2. Nalezněte analyticky výraz pro otáčivý moment síly $m(a)$ jako funkci Δa , kde $a = b + \Delta a$ a Δa je malé.

3.1.3. Napište pohybovou rovnici páky, pohybuje-li se s nulovou počáteční rychlostí z polohy $a = b + \Delta a$ (Δa je malé). Ukažte, že pohyb páky je s dobrou přesností harmonický. Vypočítejte jeho periodu t .

3.2. Pro daný tok Φ prohlubeň stále přetéká, pouze pokud se páka pohybuje

dostatečně pomalu. Existuje horní mez amplitudy harmonických kmitů, která závisí na Φ . Určete minimální hodnotu Φ_1 hmotnostního toku Φ (v kg/s) aby páka mohla konat harmonické kmity s amplitudou 1° .

3.3. Předpokládejte, že Φ je dostatečně velké tak, že během volného pohybu páky, když úhel vychýlení klesá z α_2 na α_1 , prohlubeň stále přetéká. Avšak, je-li Φ příliš velké, hmoždíř nemůže fungovat. Předpokládejte, že pohyb páky je harmonický a odhadněte minimální tok Φ_2 , pro který hmoždíř k drcení rýže nebude pracovat.