

Řešení

1.1

Perioda = 3,0 dny = $2,6 \cdot 10^5$ s.

$$\text{Perioda} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}.$$

1.2

Z toho, že pro minima v obrázku 1 platí, $I_1/I_0 = \alpha = 0,90$ a $I_2/I_0 = \beta = 0,63$, máme:

$$\frac{I_0}{I_1} = 1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4\right) = \frac{\beta}{\alpha}$$

Z uvedených rovnic:

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 1,6 \quad \text{a} \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt[4]{\frac{1-\beta}{1-\alpha}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1,4$$

2.1 Rovnice pro Dopplerův posun:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cong \frac{v}{c} \text{ (nebo podobná rovnost)}$$

$$\begin{aligned} \text{Maximální and minimální vlnové délky:} \quad \lambda_{1,\max} &= 5897,7 \text{ \AA}, \quad \lambda_{1,\min} = 5894,1 \text{ \AA} \\ \lambda_{2,\max} &= 5899,0 \text{ \AA}, \quad \lambda_{2,\min} = 5892,8 \text{ \AA} \end{aligned}$$

Rozdíl mezi maximální a minimální vlnovou délkou:

$$\Delta\lambda_1 = 3,6 \text{ \AA}, \quad \Delta\lambda_2 = 6,2 \text{ \AA}$$

Užitím rovnice pro Dopplerův posun, uvědomíme-li si, že posun odpovídá dvojnásobku oběžné rychlosti:

$$v_1 = c \frac{\Delta\lambda_1}{2\lambda_0} = 9,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_2 = c \frac{\Delta\lambda_2}{2\lambda_0} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2.2 Jelikož se hmotný střed vůči nám nepohybuje:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = 1,7$$

2.3

Píšeme $r_i = \frac{v_i}{\omega}$ pro $i = 1, 2$ a máme

$$r_1 = 3,8 \cdot 10^9 \text{ m},$$

$$r_2 = 6,5 \cdot 10^9 \text{ m}$$

2.4

$$r = r_1 + r_2 = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

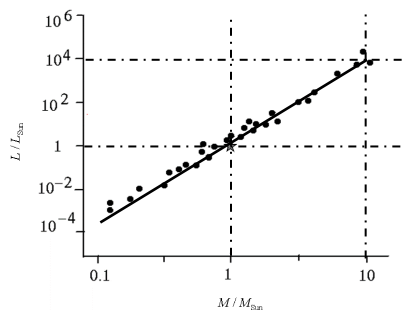
3.1 Gravitační síla se rovná síle dostředivé

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} = m_2 \frac{v_2^2}{r_2}$$

Tedy,

$$\begin{cases} m_1 = \frac{r^2 v_2^2}{G r_2} \\ m_2 = \frac{r^2 v_1^2}{G r_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 6 \cdot 10^{30} \text{ kg} \\ m_2 = 3 \cdot 10^{30} \text{ kg} \end{cases}$$

4.1 Z obrázku je zřejmé, že na jednu platnou cifru platí $\alpha = 4$.



4.2

Podle výsledku minulé sekce: $L_i = L_{Sun} \left(\frac{M_i}{M_{Sun}} \right)^4$

Tedy,

$$L_1 = 5 \cdot 10^{28} \text{ Watt}$$

$$L_2 = 6 \cdot 10^{27} \text{ Watt}$$

4.3 Celkový výkon systému je rozložen na sféře s poloměrem d produkuje I_0 , tedy:

$$I_0 = \frac{L_1 + L_2}{4\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{4\pi I_0}} = 1 \cdot 10^{18} \text{ m}$$
$$= 100 \text{ světelných let.}$$

4.4

$$\theta \cong \tan \theta = \frac{r}{d} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ rad.}$$

4.5 Typická optická vlnová délka je λ_0 . Pomocí rovnice neurčitosti:

$$D = \frac{d \lambda_0}{r_{tot}} = 50 \text{ m.}$$