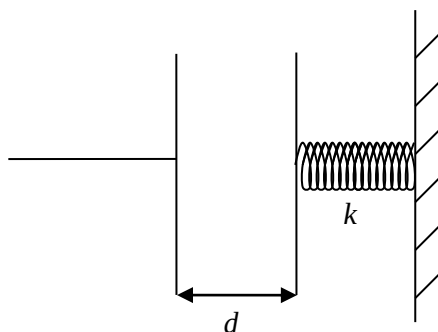


V této úloze se budeme zabývat zjednodušeným modelem akcelerometrů navržených k aktivaci bezpečnostních airbagů automobilů během kolize. Chceme vyrobit elektromechanický systém tak, aby při překročení určitého mezního zrychlení jeden z elektrických parametrů systému, např. napětí v určitém bodě obvodu, překročil prahovou hodnotu a v důsledku toho byl aktivován airbag.

Poznámka: V celé této úloze zanedbávejte tíhovou sílu.

- 1 Uvažujte kondenzátor s rovnoběžnými deskami dle obrázku 1. Plošný obsah každé desky kondenzátoru je A a vzdálenost mezi deskami je d . Vzdálenost mezi oběma deskami je mnohem menší než rozměry desek. Jedna z desek je spojena se stěnou pružinou o tuhosti k , druhá deska je nepohyblivá. Vzdálenost mezi deskami je d v případě, že pružina není ani stlačena ani natažena, jinými slovy, na pružinu nepůsobí v tomto stavu žádná síla. Předpokládejte, že permitivita prostředí mezi deskami je rovna permitivitě vakua ε_0 . Kapacita odpovídající této vzdálenosti mezi deskami kondenzátoru je $C_0 = \varepsilon_0 A/d$. Nabijme desky náboji $+Q$ a $-Q$ a nechme systém dosáhnout mechanické rovnováhy.

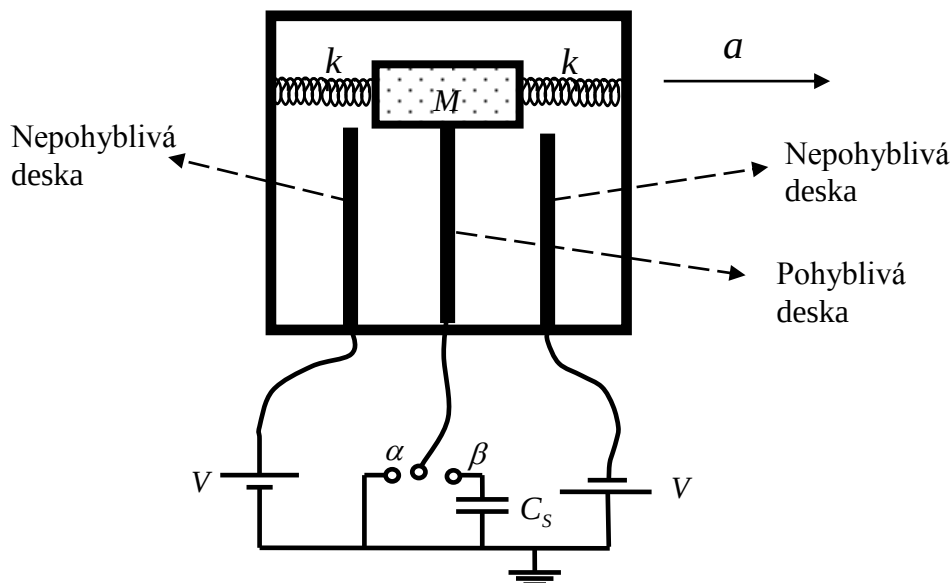


Obrázek 1

1.1	Vypočítejte elektrickou sílu F_E , kterou na sebe desky vzájemně působí.	0,8
1.2	Určete posunutí x desky spojené s pružinou.	0,6
1.3	Jaké je napětí (rozdíl potenciálů) V mezi deskami kondenzátoru v tomto stavu v závislosti na Q , A , d , k ?	0,4
1.4	Nechť kapacita kondenzátoru C je definována jako podíl náboje a napětí. Určete poměr C/C_0 jako funkci Q , A , d a k .	0,3
1.5	Jaká je celková energie U systému, vyjádřená v závislosti na Q , A , d a k ?	0,6

Na obrázku 2 je závaží o hmotnosti M připojené k vodivé desce o zanedbatelné hmotnosti a také ke dvěma pružinám o stejné tuhosti k . Vodivá deska se může pohybovat vpravo a vlevo v prostoru mezi dvěma nepohyblivými vodivými deskami. Všechny tyto desky jsou si podobné a mají stejný plošný obsah A . Máme tedy tři desky vytvářející dva kondenzátory. Jak je patrné z obrázku 2, nepohyblivé desky jsou připojeny k daným potenciálům V a $-V$ a prostřední deska je připojena přes dvupolohový přepínač k zemi. Vodič připojený k pohyblivé desce nenarušuje její pohyb a všechny tři desky stále zůstávají rovnoběžné. Pokud není celý komplex

urychlován, vzdálenost od obou pevných desek k pohyblivé desce je d a tato vzdálenost je mnohem menší než rozměry desek. Tloušťku pohyblivé desky lze zanedbat.



Obrázek 2

Přepínač může být v jedné z poloh α nebo β . Předpokládejme, že kondenzátorový systém je urychlován společně s autem a že zrychlení je konstantní. Předpokládejme dále, že během tohoto konstantního zrychlení pružiny nekmítají a všechny součásti kondenzátorového systému jsou v rovnovážných polohách, tj. vzájemně se nepohybují a tedy se nepohybují ani vzhledem k autu.

Pohyblivá deska bude díky zrychlení vychýlena o jistou vzdálenost x ze středu mezi dvěma pevnými deskami.

- 2 Uvažujte případ, kdy je přepínač v poloze α , tj. pohyblivá deska je drátem spojena se zemí. Potom:

2.1	Určete náboj na každém kondenzátoru jako funkci x .	0,4
2.2	Určete výslednou elektrickou sílu působící na pohyblivou desku F_E jako funkci x .	0,4
2.3	Předpokládejte, že $d \gg x$ a že členy řádu x^2 mohou být zanedbány oproti členům řádu d^2 . Zjednodušte výsledek předchozí sekce.	0,2
2.4	Napište celkovou sílu působící na pohyblivou desku (součet elektrických a elastických sil) ve tvaru $-k_{eff}x$ a určete k_{eff} .	0,7
2.5	Vyjádřete konstantní zrychlení a jako funkci x .	0,4

- 3 Nyní uvažujte, že přepínač je v poloze β , tj. pohyblivá deska je spojena se zemí přes kondenzátor o kapacitě C_s (kondenzátor nebyl původně nabitý). Je-li pohyblivá deska posunuta o vzdálenost x ze střední polohy:

3.1	Určete napětí V_S na kondenzátoru C_S jako funkci x .	1,5
-----	---	-----

3.2	Opět předpokládejte, že $d \gg x$ a zanedbejte členy řádu x^2 oproti členům řádu d^2 . Zjednodušte výsledek předchozí sekce.	0,2
-----	--	-----

- 4 Naší snahou je nastavit parametry problému tak, aby se airbag neaktivoval při normálním brždění, ale naopak aby se aktivoval dostatečně rychle při kolizi a ochránil řidičovu hlavu před nárazem do čelního skla nebo volantu. Jak jste vypočítali v části 2, sílu, kterou působí pružiny a elektrické náboje na pohyblivou desku, lze napsat jako elastickou sílu pružiny o efektivní tuhosti k_{eff} . Celý kondenzátorový systém se chová jako těleso o hmotnosti M na pružině o tuhosti k_{eff} pod vlivem konstantního zrychlení a , které je v této úloze totožné se zrychlením automobilu.

Poznámka: V této části úlohy dále neplatí předpoklad, že uvažované těleso a pružina jsou v rovnováze pod vlivem konstantního zrychlení a že se tedy nepohybují vzhledem k automobilu.

Zanedbejte tření a počítejte s následujícími číselnými hodnotami parametrů úlohy:

$$d = 1,0 \text{ cm}, \quad A = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad k = 4,2 \cdot 10^3 \text{ N/m}, \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \quad V = 12 \text{ V}, \\ M = 0,15 \text{ kg}.$$

4.1	Pomocí těchto údajů vypočtete poměr elektrické síly, kterou jste určili v sekci 2.3, ku elastické síle pružin a ukažte, že elektrické síly lze zanedbat.	0,6
-----	--	-----

Ačkoliv jsme nepočítali elektrické síly pro případ, kdy je přepínač v poloze β , lze podobně jako pro polohu α ukázat, že i v tomto případě jsou elektrické síly malé a mohou být zanedbány.

4.2	Jaké je maximální posunutí pohyblivé desky, pohybuje-li se automobil konstantní rychlostí a náhle zabrzdí s konstantním zrychlením a ? Uveďte obecný výsledek.	0,6
-----	--	-----

Uvažujte, že přepínač je v poloze β a systém je navržen tak, že dosáhne-li napětí na kondenzátoru hodnoty $V_S = 0,15 \text{ V}$, airbag je aktivován. Požadujeme, aby se air-bag neaktivoval při zrychlení automobilu menším než je tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a aktivoval při zrychlení větším.

4.3	Jaká by měla být kapacita C_S pro tento účel?	0,6
-----	---	-----

Rádi bychom zjistili, zda bude airbag aktivován dostatečně rychle, aby ochránil řidičovu hlavu před zásahem čelního skla nebo volantu. Předpokládejme, že v důsledku kolize je automobil zpomalen se zpomalením rovným g (tj. se zrychlením $-g$), avšak řidičova hlava se dále pohybuje konstantní rychlostí.

4.4	Odhadněte vzdálenost mezi řidičovou hlavou a volantem. Pomocí tohoto odhadu vypočtete dobu t_1 od nárazu, než řidičova hlava zasáhne volant.	0,8
-----	--	-----

4.5	Určete dobu t_2 potřebnou k aktivaci airbagu a porovnejte ji s t_1 . Bude airbag aktivován včas? Předpokládejte, že se airbag otevře okamžitě.	0,9
-----	--	-----