

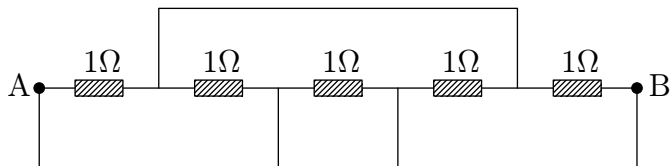
Úlohy z 28. ročníku Mezinárodní fyzikální olympiády 1996 Norway

Petr Pošta

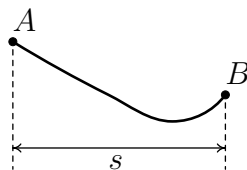
Text pro soutěžící FO a ostatní zájemce o fyziku

1. úloha

1. Pět rezistorů, každý o odporu 1 ohmu, je spojeno podle obrázku. Odpor spojovacích vodičů (plně nakreslené čáry) je zanedbatelný. Určete výsledný odpor mezi svorkami A, B. (1 bod).



2. Lyžař startuje z klidu v bodě A a sjíždí dolů z kopce, jak ukazuje obrázek, bez zatáčení a brzdění. Součinitel smykového tření je μ . Když se lyžař zastaví v bodě B, jeho vodorovná vzdálenost od bodu A je s . Jaký je rozdíl h výšek mezi body A a B? Rychlost lyžaře je tak malá, že dodatkový tlak na sníh vyvolaný zakřivením může být zanedbán. Zanedbejte také odpor vzduchu a závislost součinitele smykového tření na rychlosti lyžaře. (1,5 bodu).



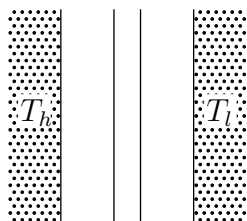
3. Tepelně izolovaný kousek kovu je zahříván při atmosférickém tlaku elektrickým proudem tak, že přijímá elektrickou energii za stálého příkonu P . To vede k růstu termodynamické teploty T kovu v závislosti na čase následovně:

$$T(t) = T_0[1 + a(t - t_0)]^{\frac{1}{4}}.$$

Zde a , t_0 , T_0 jsou konstanty. Určete tepelnou kapacitu $C_p(T)$ kovu, závisící na teplotě v oblasti teplot odpovídajících danému experimentu. (2 body).

4. Dokonale černý rovinný povrch stálé teploty T_h je rovnoběžný s jiným černým rovinným povrchem, který má stálou teplotu T_l (mnohem menší). Mezi oběma deskami je vakuum.

Abychom zmenšili tepelný tok vyvolaný zářením, vložíme mezi horký a studený povrch tepelné stínění, které se skládá ze dvou tenkých černých desek, navzájem od sebe tepelně izolovaných a rovnoběžných s původním povrchem. Po určitém čase se ustálí stacionární stav.

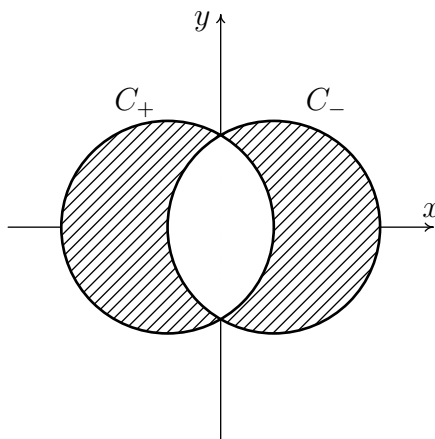


Určete součinitel ξ určující, kolikrát se v ustáleném stavu sníží tok záření z důvodu přítomnosti tepelného stínění. Zanedbejte jevy spojené s konečnými rozměry povrchů. (1,5 bodu).

5. Dvěma přímými a velmi dlouhými nemagnetickými vodiči C_+ a C_- , navzájem jeden od druhého izolovanými, prochází proud kladným a záporným směrem vzhledem k ose z . Příčný řez vodičů (vyšrafovaný na obrázku) je ohraničen kružnicemi o průměru D v rovině x - y , jejichž středy leží ve vzdálenosti $D/2$ od sebe. Odtud výsledný obsah kolmého řezu každého vodiče je roven

$$\left(\frac{1}{12}\pi + \frac{1}{8}\sqrt{3}\right)D^2.$$

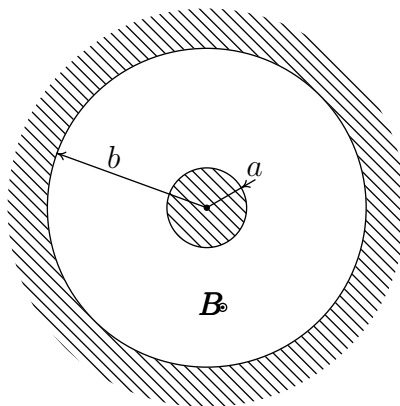
Proud je v každém vodiči rovnoměrně rozložen po průřezu. Určete indukci magnetického pole $B(x, y)$ v prostoru mezi vodiči. (4 body)



2. úloha

Z prostoru mezi dvěma souosými válcovými vodiči je vyčerpán vzduch. Poloměr vnitřního válce je a a vnitřní poloměr vnějšího válce je b , jak je naznačeno na obrázku dole. Vnější válec, anoda, je nabit kladným potenciálem V vůči vnitřnímu válci. Statické homogenní magnetické pole rovnoběžné s osami válců míří ven z roviny obrázku. Indukovaný náboj ve vodičích zanedbáváme.

Zabýváme se dynamikou elektronu s klidovou hmotností m a nábojem $-e$. Elektrony se uvolňují na povrchu vnitřního válce.



- a) Nejprve uvažujme, že napětí V je zapnuto, ale $\vec{B} = 0$. Elektron je uvolněn se zanedbatelnou rychlostí na povrchu vnitřního válce. Určete jeho rychlost v , když narazí do anody. Počítejte klasicky i relativisticky a určete, kdy postačí nerelativistický výpočet a kdy ne. (1 bod)
- b) Nyní nechť je $V = 0$, ale je přítomno homogenní magnetické pole $\vec{B}$. Elektron se dá s počáteční rychlostí $\vec{v}_0$ v radiálním směru. Je-li magnetické pole větší, než je kritická hodnota B_c , elektron nedosáhne anody. Načrtněte trajektorii elektronu, když B je maličko větší než B_c . Určete B_c . (2 body)

Odteď uvažujeme přítomnost kladného napětí V a homogenního magnetického pole zároveň.

- c) Magnetické pole udělí elektronu nenulový moment hybnosti L vzhledem k válcové ose. Napište rovnici pro míru změny $\frac{dL}{dt}$ momentu hybnosti.

Ukažte, že z rovnice vyplývá, že výraz

$$L - keBr^2$$

je během pohybu konstantní. Zde k je číselná konstanta, r vzdálenost od válcové osy. Určete hodnotu k . (3 body)

- d) Uvažujte, že elektron uvolněný z vnitřního válce se zanedbatelnou rychlostí nedosáhne anody, ale má maximální vzdálenost od válcové osy rovnou r_m . Určete rychlost v v bodě, kde je radiální vzdálenost maximální v závislosti na r_m . (1 bod)
- e) Zajímá nás užití magnetického pole k regulaci proudu elektronů k anodě. Pro B větší než kritická hodnota indukce magnetického pole B_c elektron, uvolněný se zanedbatelnou rychlostí, nedosáhne anody. Určete B_c . (1 bod)
- f) Pokud jsou elektrony uvolněny zahříváním vnitřního válce, každý elektron má obecně počáteční nenulovou rychlost už na jeho povrchu. Složka počáteční rychlosti rovnoběžná s $\vec{B}$ je v_B , složka kolmá k $\vec{B}$ je v_r (v radiálním směru) a v_φ (v azimutálním směru, tj. kolmém na radiální směr).

Určete kritické magnetické pole B_c k dosažení anody za této situace. (2 body)

3. úloha

V této úloze se zabýváme hlavními příčinami slapových jevů na Zemi. Problém zjednodušíme těmito předpoklady:

- (i) Země a Měsíc považujeme za izolovaný systém,
- (ii) vzdálenost mezi Měsícem a Zemí považujeme za konstantní,
- (iii) Zemi pokládáme za kompletně pokrytou oceánem,
- (iv) dynamické efekty rotace Země kolem své osy zanedbáváme a
- (v) gravitační přitažlivá síla Země může být určena, jako by všechna hmota Země byla soustředěna ve středu Země.

Následující údaje jsou dány:

Hmotnost Země: $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Hmotnost Měsíce: $M_m = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

Poloměr Země: $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Vzdálenost mezi středem Země a středem Měsíce: $L = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$

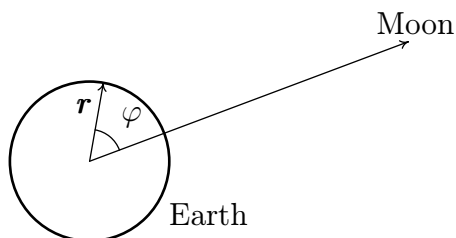
Gravitační konstanta: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

- a) Měsíc a Země rotují s úhlovou rychlostí ω kolem jejich společného hmotného středu, C. Jak daleko je C od středu Země? (Označte tuto vzdálenost L .)

Určete numerickou hodnotu ω . (2 body)

Nyní uijeme vztažné soustavy, kde Měsíc a střed Země společně obíhají kolem bodu C. V tomto modelu je tvar vodního povrchu Země statický.

V rovině P procházející bodem C a kolmé k ose rotace může být pozice hmotného bodu na vodním povrchu země popsána pomocí polárních souřadnic r , φ jak je ukázáno na obrázku. Zde je r vzdálenost od středu Země.



Budeme zkoumat tvar

$$r(\varphi) = R + h(\varphi)$$

kapalného povrchu Země v rovině P.

- b) Uvažujte hmotný bod (hmotnosti m) na kapalném povrchu planety (v rovině P). V naší vztažné soustavě na něj působí odstředivá síla a gravitační síly Měsíce a Země. Napište výraz pro potenciální energii odpovídající těmto třem silám.

Poznámka: Jakákoliv síla $F(r)$, radiálně orientovaná vzhledem ke zdroji, je zápornou derivací kulově symetrické potenciální energie $V(r)$, neboli $F(r) = -V'(r)$. (3 body)

- c) Nalezněte v závislosti na daných veličinách M , M_m , atd. aproximovaný vzorec $h(j)$ přílivového vydutí hladiny. Jaký je v tomto modelu rozdíl (v metrech) mezi přílivem a odlivem?

Můžete využít aproximační výraz

$$\frac{1}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \theta}} \approx 1 + a \cos \theta + \frac{1}{2}a^2(3 \cos^2 \theta - 1)$$

platný pro a mnohem menší než jedna.

V analýze proveďte zjednodušující aproximace, pokud jsou rozumné a přiměřené. (5 bodů)