

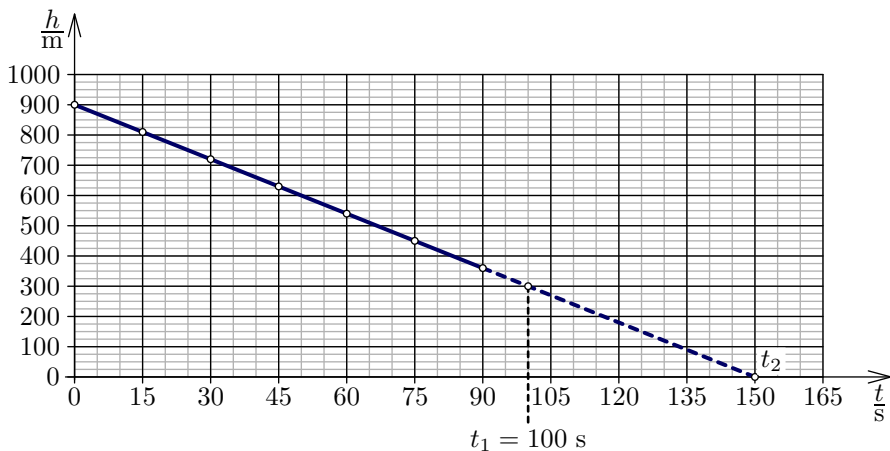
**Řešení úloh okresního kola 67. ročníku Fyzikální olympiády
ve školním roce 2025/2026**

Kategorie F

FO67F2-1: Výsadkář

M. Bednařík

a) Graf je na obr. 1.



Obr. 1: Závislost výšky h výsadkáře nad zemí na čase t

3 body

b) Rychlost má stále stejnou velikost.

1 bod

Podle tabulky urazí výsadkář za čas $t = 15$ s dráhu $s = 90$ m, pohybuje se tedy rychlostí $v = s/t = 90 \text{ m}/15 \text{ s} = 6 \text{ m/s}$.

1 bod

c) Jde o část grafu na obr. 1 vykreslenou čárkovaně.

1 bod

d) V čase $t_1 = 100$ s bude výška výsadkáře nad zemí

$$h_1 = h_0 - vt_1 = 900 \text{ m} - 6 \text{ m/s} \cdot 100 \text{ s} = 300 \text{ m},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu.

2 body

e) Z výšky $h_0 = 900$ m dopadne výsadkář na zem za čas

$$t_2 = \frac{h_0}{v} = \frac{900 \text{ m}}{6 \text{ m/s}} = 150 \text{ s},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu.

2 body

FO67F2-2: Vlak jede do kopce*J. Jírů*

- a) Vlak se pohyboval rychlostí

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2,85 \text{ km}}{3 \text{ min}} = \frac{2,85 \text{ km}}{\frac{1}{20} \text{ h}} = 57 \text{ km/h;} \quad (\doteq 15,833 \text{ m/s} \doteq 16 \text{ m/s}). \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- b) Hmotnost celého vlaku je
- $m = 70 \text{ t} + 3 \cdot 40 \text{ t} = 190 \text{ t} = 190\,000 \text{ kg}$
- . Vlak vyjel do výšky
- $h = 0,016 \cdot 2\,850 \text{ m} = 45,6 \text{ m}$
- (neboli
- $16 \text{ m/km} \cdot 2,85 \text{ km} = 45,6 \text{ m}$
-) a lokomotiva vykonala užitečnou práci odpovídající zvýšení polohové energie

$$W = \Delta E_p = mgh = 190\,000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 45,6 \text{ m} \doteq 84\,907\,000 \text{ J} \doteq 85 \text{ MJ}$$

2 body

- c) Motor pracoval po dobu
- $t = 3 \text{ min} = 180 \text{ s}$
- s výkonem
- $P = 620 \text{ kW} = 620\,000 \text{ W}$
- , vykonal tak celkovou práci
- $W_c = Pt = 620\,000 \text{ W} \cdot 180 \text{ s} = 111\,600\,000 \text{ J} \doteq 112 \text{ MJ}$
- . Část této práce se jako užitečná práce využila na zvýšení polohové energie vlaku. Účinnost je

$$\eta = \frac{W}{W_c} = \frac{84,907 \text{ MJ}}{111,6 \text{ MJ}} = 76,08 \% \doteq 76 \%. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- d) Hmotnost vlaku je nyní
- $m' = 70 \text{ t} + 6 \cdot 40 \text{ t} = 310 \text{ t} = 310\,000 \text{ kg}$
- . Vlak získal polohovou energii

$$\Delta E'_p = m'gh = 310\,000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 45,6 \text{ m} \doteq 138\,530\,000 \text{ J} \doteq 140 \text{ MJ}.$$

Užitečný výkon je

$$P' = \eta P = 0,7608 \cdot 620 \text{ kW} \doteq 471,70 \text{ kW} \doteq 470 \text{ kW}.$$

Doba jízdy je tentokrát

$$t' = \frac{E'_p}{P'} = \frac{138\,530\,000 \text{ J}}{471\,700 \text{ W}} \doteq 293,68 \text{ s} \doteq 294 \text{ s} \doteq 4 \text{ min } 54 \text{ s}. \quad \mathbf{4 \text{ body}}$$

FO67F2-3: Vrátko v Bradavicích*L. Richterek*

- a) Pro hmotnost kamene o objemu $V = 721 = 0,072 \text{ m}^3$ a hustotě $\varrho = 2,5 \text{ g/cm}^3 = 2500 \text{ kg/m}^3$ platí

$$m_1 = \varrho V = 2500 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,072 \text{ m}^3 = 180 \text{ kg.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Protože na obou stranách pevných kladek v rovnováze působí vždy stejné síly, rozhodující je rovnováha na páce. Můžeme psát

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2.$$

Odtud

$$l_2 = l_1 \frac{m_1}{m_2} = 30 \text{ cm} \cdot \frac{180 \text{ kg}}{60 \text{ kg}} = 90 \text{ cm.}$$

Celková délka páky pak musí být nejméně $l = l_1 + l_2 = 30 \text{ cm} + 90 \text{ cm} = 120 \text{ cm.}$ **4 body**

- c) Protože poměr hmotností kamene a Harryho je $m_1 : m_2 = 3 : 1$, musí platit $l_1 : l_2 = 1 : 3$. Pokud bychom dělili Hagridovo prkno bez zkrácení, vycházejí délky

$$l'_1 = l' \frac{1}{3+1} = \frac{165 \text{ cm}}{4} = 41,25 \text{ cm}, \quad l'_2 = l' \frac{3}{3+1} = \frac{3 \cdot 165 \text{ cm}}{4} = 123,75 \text{ cm.}$$

Výhodnější bude zkrátit prkno na délku dělitelnou 4, např. na 160 cm; potom vychází

$$l'_1 = l' \frac{1}{3+1} = \frac{160 \text{ cm}}{4} = 40 \text{ cm}, \quad l'_2 = l' \frac{3}{3+1} = \frac{3 \cdot 160 \text{ cm}}{4} = 120 \text{ cm.}$$

4 body

Poznámka: V části c) by měl být podle zadání uznán i jiný rozumný celočíselný výsledek, např. zkrácení na 164 cm (potom $l'_1 = 41 \text{ cm}$, $l'_2 = 123 \text{ cm}$) nebo na 156 cm (potom $l'_1 = 39 \text{ cm}$, $l'_2 = 117 \text{ cm}$).

FO67F2-4: Dvacet tisíc mil pod mořem*L. Richterek*

- a) „Dvacet tisíc mil“ ve Vernově pojetí odpovídá vzdálenosti

$$d = 20\,000 \cdot 4\,\text{km} = 80\,000\,\text{km}. \quad \mathbf{1\ bod}$$

Tato vzdálenost odpovídá přibližně dvojnásobku obvodu Země.

- b) Při plném ponoření musí být hmotnost ponorky rovna hmotnosti mořské vody o hustotě $\varrho_m = 1,028\,\text{g/cm}^3 = 1\,028\,\text{kg/m}^3$ stejného („vytlačného“) objemu

$$m = \varrho_m V = 1\,028\,\text{kg/m}^3 \cdot 1\,500\,\text{m}^3 = 1\,542\,000\,\text{kg} \doteq 1\,500\,\text{t}. \quad \mathbf{2\ body}$$

- c) Jestliže nad hladinou vyčnívá $1/10$ objemu ponorky, pod hladinou zůstane ponořených zbylých $9/10$ objemu. Hmotnost prázdné ponorky bude rovna hmotnosti mořské vody o objemu ponořené části, takže můžeme psát

$$m_1 = \frac{9}{10} \varrho_m V = \frac{9}{10} m = \frac{9}{10} \cdot 1\,542\,000\,\text{kg} = 1\,387\,800\,\text{kg} \doteq 1\,400\,\text{t}. \quad \mathbf{2\ body}$$

- d) Rozdíl tlaků v hloubce a na hladině je dán hydrostatickým tlakem mořské vody

$$p = h \varrho_m g = 16\,000\,\text{m} \cdot 1\,028\,\text{kg/m}^3 \cdot 9,8\,\text{N/kg} = 161\,190\,400\,\text{Pa} \doteq 160\,\text{MPa},$$

což odpovídá hodnotě asi $1\,590\times$ větší než je normální atmosférický tlak vzduchu $p_n = 101\,325\,\text{Pa}$. **3 body**

Poznámka: Podle současných měření je největší známá hloubka oceánu $10\,994\,\text{m}$ (Mariánský příkop v Tichém oceánu), takže do zadané hloubky $16\,000\,\text{m}$ se Nautilus na Zemi zřejmě ponořit nemohl. K ponoření do takové hloubky se navíc nepoužívají běžné ponorky, ale speciální plavidla odolávající vysokému tlaku – batyskafy (v nich byl proveden sestup ke dnu Mariánského příkopu v letech 1960 i 2012).

- e) Pro rychlost výstupu ponorky z hloubky $h_1 = 13\,000\,\text{m} = 13\,\text{km}$ za čas $t = 4\,\text{min} = 1/15\,\text{h}$ vychází

$$v = \frac{h_1}{t} = \frac{13\,\text{km}}{\frac{1}{15}\,\text{h}} = 195\,\text{km/h} \doteq 200\,\text{km/h}.$$

Jde o rychlost vysokou (více než $54\,\text{m/s}$) a pro výstup ponorky prakticky nerealizovatelnou. **2 body**

Poznámka: Podle Wikipedie např. batyskaf Deepsea Challenger, s nímž na dno Mariánského příkopu v roce 2012 sestoupil americký režisér a amatérský oceánograf James Cameron, vystoupil zpět na hladinu za $70\,\text{minut}$, tj. rychlostí

$$v_1 = \frac{10\,994\,\text{m}}{70 \cdot 60\,\text{s}} \doteq 2,6\,\text{m/s} \doteq 9,4\,\text{km/h},$$

více než $20\times$ nižší.