

Řešení úloh okresního kola 67. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2025/2026

Kategorie E

FO67E2-1: Kolona vozidel

B. Vlach

- a) Jede-li spojka od konce k čelu kolony, je její rychlost vzhledem ke koloně $v - v_0$. Platí proto

$$d = (v - v_0) t_1,$$

odkud při době jízdy $t_1 = 12 \text{ min} = \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{1}{5} \text{ h}$ dostáváme

$$v = \frac{d + v_0 t_1}{t_1} = \frac{10 \text{ km} + 20 \text{ km/h} \cdot \frac{1}{5} \text{ h}}{\frac{1}{5} \text{ h}} = 70 \text{ km/h.} \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

Poznámka: Lze řešit samozřejmě i převodem rychlosti na m/s (hodnoty viz řešení části c) a času na sekundy; potom $t_1 = 12 \text{ min} = 720 \text{ s}$ a

$$v = \frac{d + v_0 t_1}{t_1} = \frac{10\,000 \text{ m} + 5,555\,6 \text{ m/s} \cdot 720 \text{ s}}{720 \text{ s}} \doteq 19,444 \text{ m/s} \doteq 19 \text{ m/s.}$$

- b) Zpátky na konec kolony se spojka vrací vzhledem ke koloně rychlostí $v + v_0$ a pro čas t_2 , který trvá návrat z čela na konec platí

$$t_2 = \frac{d}{v + v_0} = \frac{10 \text{ km}}{70 \text{ km/h} + 20 \text{ km/h}} = \frac{1}{9} \text{ h} \doteq 0,11 \text{ h.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Poznámka: Lze řešit samozřejmě také v m/s, potom vychází

$$t_2 = \frac{d}{v + v_0} = \frac{10\,000 \text{ m}}{19,444\,4 \text{ m/s} + 5,555\,6 \text{ m/s}} \doteq 400 \text{ s.}$$

- c) Rychlosti vyjádříme v m/s; $v_0 = 20 \text{ km/h} \doteq 5,555\,6 \text{ m/s}$, $v = 70 \text{ km/h} = 19,444 \text{ m/s}$. Pro průjezd kolem jednoho vozu délky $l = 10 \text{ m}$ při jízdě dopředu vychází

$$t'_1 = \frac{l}{v - v_0} = \frac{10 \text{ m}}{19,444 \text{ m/s} - 5,555\,6 \text{ m/s}} = 0,72 \text{ s}$$

a pro cestu zpět

$$t'_2 = \frac{l}{v + v_0} = \frac{10 \text{ m}}{19,444 \text{ m/s} + 5,555\,6 \text{ m/s}} = 0,40 \text{ s.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- d) Do vzdálenosti d_1 od kilometrovníku 100 se konec kolony přesune za dobu $t_3 = t_1 + t_0 + t_2$, proto platí

$$\begin{aligned} d_1 &= (t_1 + t_0 + t_2) v_0 = \left(t_1 + t_0 + \frac{d}{v + v_0} \right) v_0 = \\ &= \left(\frac{1}{5} \text{ h} + \frac{10}{60} \text{ h} + \frac{1}{9} \text{ h} \right) \cdot 20 \text{ km/h} \doteq 9,555\,6 \text{ km} \doteq 9,6 \text{ km.} \quad \mathbf{3 \text{ body}} \end{aligned}$$

FO67E2-2: Dřevěná houpačka*J. Jírá*

Označme délku fošny $l = 4,2$ m, hmotnost fošny $m = 18$ kg, hmotnost Michala $m_1 = 40$ kg, hmotnost Petrušky $m_2 = 25$ kg.

- a) Označme dále x vzdálenost Michala od konce fošny. Těžiště fošny je v ose (přesněji nad osou) otáčení, moment tíhové síly fošny je proto nulový. V rovnováze se musí rovnat momenty tíhových sil obou dětí

$$m_1 g \left(\frac{l}{2} - x \right) = m_2 g \frac{l}{2}.$$

Z rovnice plyne

$$x = \frac{m_1 - m_2}{2m_1} l = \frac{40 \text{ kg} - 25 \text{ kg}}{2 \cdot 40 \text{ kg}} \cdot 4,2 \text{ m} \doteq 0,79 \text{ m}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

Poznámka: Doporučujeme uznat, i pokud řešitelé určí namísto vzdálenosti od konce fošny vzdálenost od místa podepření ve středu fošny, vychází $l/2 - x = 2,1 \text{ m} - 0,79 \text{ m} \doteq 1,3 \text{ m}$.

- b) Označme m'_2 hledanou hmotnost. Těžiště fošny a tedy střed fošny nyní leží ve vzdálenosti $l/6$ délky fošny od osy otáčení, moment tíhové síly fošny je $mg l/6$. V rovnováze platí

$$m_1 g \frac{l}{3} = mg \frac{l}{6} + m'_2 g \frac{2l}{3}.$$

Z rovnice získáváme

$$m'_2 = \frac{m_1}{2} - \frac{m}{4} = \frac{40 \text{ kg}}{2} - \frac{18 \text{ kg}}{4} = 15,5 \text{ kg}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- c) Označme x' hledanou vzdálenost (např. od Michalova konce). Nyní je moment tíhové síly fošny $mg(l/2 - x')$. V rovnováze je splněna rovnice

$$m_1 g x' = m_2 g (l - x') + mg \left(\frac{l}{2} - x' \right),$$

z níž plyne

$$x' = \frac{m_2 + \frac{m}{2}}{m_1 + m_2 + m} l = \frac{25 \text{ kg} + \frac{18 \text{ kg}}{2}}{40 \text{ kg} + 25 \text{ kg} + 18 \text{ kg}} \cdot 4,2 \text{ m} \doteq 1,7 \text{ m}.$$

4 body

Poznámka: Pokud řešitelé určí vzdálenost od Petruščina konce, vychází $l - x' = 4,2 \text{ m} - 1,7 \text{ m} = 2,5 \text{ m}$.

FO67E2-3: Ekologický dům*J. Thomas*

- a) Z celkového výkonu P_0 , který dodává Slunce, se na ohřátí vody využije pouze 15 %; pro využitelnou energii za dobu $\tau = 6 \text{ h} = 6 \cdot 3600 \text{ s} = 21600 \text{ s}$ ze záření, které dopadne na plochu $S = 24 \text{ m}^2$, platí

$$E_1 = \eta P_0 S \tau = 0,15 \cdot 900 \text{ W/m}^2 \cdot 24 \text{ m}^2 \cdot 21600 \text{ s} = 69984000 \text{ J} \doteq 70 \text{ MJ. } \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Toto množství energie stačí na ohřátí vody s měrnou tepelnou kapacitou c o hmotnosti

$$m = \frac{E_1}{c(t_2 - t_1)} = \frac{69984000 \text{ J}}{4200 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)} \cdot (50^\circ\text{C} - 6^\circ\text{C})} = 378,7 \text{ kg} \doteq 380 \text{ kg.}$$

Protože 1 kg odpovídá 1 l vody, ohřeje se asi 380 l vody.

3 body

- c) Ohřívání by trvalo dobu

$$\tau_1 = \frac{E_1}{P_1} = \frac{69984000 \text{ J}}{36000 \text{ W}} = 1944 \text{ s} = 32 \text{ min } 24 \text{ s} \doteq 32 \text{ min. } \mathbf{3 \text{ body}}$$

Energie E_1 vyjádřená v kWh má hodnotu

$$E_1 = \frac{69984000 \text{ J}}{3600000 \text{ J/kWh}} = 19,44 \text{ kWh}$$

a za jeden den zaplatíme $19,44 \text{ kWh} \cdot 7,10 \text{ Kč/kWh} = 138,02 \text{ Kč}$. Za celý rok, tj. 365 dní pak zaplatíme (popř. ušetříme použitím panelů) $138,02 \text{ Kč/den} \cdot 365 \text{ dní} = 50379 \text{ Kč} \doteq 50400 \text{ Kč}$.

2 body

FO67E2-4: Žárovka ze staré svítily*J. Jíru*

- a) Napětí na připojeném rezistoru musí být $U_1 = 8,4 \text{ V} - 6,0 \text{ V} = 2,4 \text{ V}$. Hledaný odpor rezistoru je

$$R = \frac{2,4 \text{ V}}{0,15 \text{ A}} = 16 \Omega.$$

2 body

- b) Příkon dodávaný zdrojem do obvodu $P_0 = 8,4 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} = 1,26 \text{ W}$, příkon přijímaný rezistorem $P_R = 2,4 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} = 0,36 \text{ W}$. Rezistor spotřebovává část

$$k_R = \frac{P_R}{P_0} = \frac{0,36 \text{ W}}{1,26 \text{ W}} \doteq 0,29 = 29 \%$$

energie dodávané zdrojem.

2 body

- c) Žárovka má příkon $P_z = 6,0 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} = 0,9 \text{ W}$. Energii $1,0 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J}$ spotřebuje za dobu

$$t = \frac{3\,600\,000 \text{ J}}{0,9 \text{ W}} = 4\,000\,000 \text{ s} \doteq 1\,100 \text{ h}.$$

2 body

Poznámka: Lze spočítat i bez převodu na jouly:

$$t = \frac{1,0 \text{ kWh}}{0,9 \text{ W}} = \frac{1\,000 \text{ Wh}}{0,9 \text{ W}} \doteq 1\,111,1 \text{ h} \doteq 1\,100 \text{ h}.$$

- d) 1. Zvětší se odpor obvodu, na žárovku případně menší napětí, bude svítit méně.
2. Zmenší se odpor obvodu, na žárovku případně větší napětí, bude svítit více (podle skutečného napětí na žárovce a doby zapojení může dojít k přepálení vlákna).
3. Zmenší se odpor mezi uzly žárovky, zmenší se napětí mezi nimi, bude svítit méně.
4. Na původní větvi se napětí nezmění, žárovka bude svítit stejně.

4 body