

Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Dva cyklisté

Dva cyklisté Jenda a Kamil se rozhodli projet neznámý okruh tak, že vyrazí současně v navzájem opačných směrech. V místě setkání na okruhu se oba zastavili, zjistili dosavadní čas $t_0 = 16 : 48 \text{ min}$ a dosavadní průměrné rychlosti. Jenda měl průměrnou rychlost $v_{J1} = 20,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Kamil $v_{K1} = 25,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Oba dva pak vynulovali své cyklocomputery a pokračovali dále v jízdě. Do cíle, tj. do místa startu, dorazili postupně. Jenda měl na své druhé části okruhu průměrnou rychlost $v_{J2} = 21,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Kamil $v_{K2} = 18,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Určete celkovou délku s okruhu.
- Určete časový interval Δt mezi dojezdy cyklistů do cíle a kdo byl v cíli první.
- Určete celkovou průměrnou rychlost v_J Jendy a celkovou průměrnou rychlost v_K Kamila.

2. Volný pád míčků

Ze dvou balkónů výškové budovy nad sebou pouští volným pádem tenisové míčky dva spolužáci, Natálie z výšky $h_1 = 16,0 \text{ m}$ nad zemí a Václav z výšky $h_2 = 28,4 \text{ m}$ nad zemí.

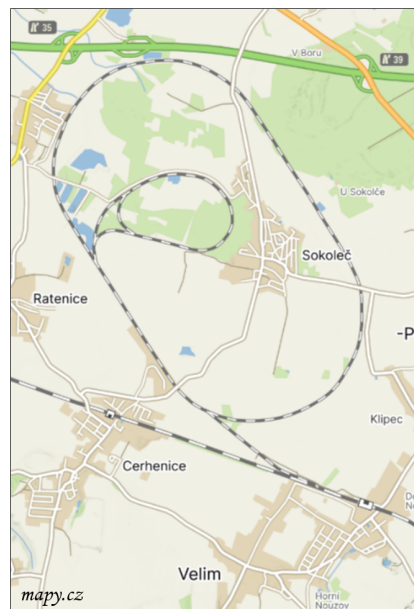
- Každý uvolnil svůj míček ve stejném okamžiku. Určete čas t_1 dopadu míčku uvolněného Natálií a čas t_2 dopadu míčku uvolněného Václavem.
- Určete čas t_0 , ve kterém musí Natálie svůj míček uvolnit, aby oba míčky dopadly ve stejném okamžiku.
- Sestrojte do jednoho obrázku graf závislosti okamžité výšky každého míčku na čase. Využijte Excel, nebo grafy sestrojte na milimetrový papír.

Řešení částí a) a b) vyjádřete obecně i číselně. Odpor vzduchu zanedbejte.

3. Zkušební železniční okruh

Velký železniční okruh Zkušebního centra Velim délky $s = 13\,276 \text{ m}$ se skládá ze dvou kruhových oblouků o poloměru $r = 1\,400 \text{ m}$, dvou přímých úseků a čtyř krátkých přechodových úseků mezi přímkou tratí a obloukem.

- Určete čas t_0 , za který celý okruh projede vlak při stálé rychlosti $v = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Určete čas t_1 , za který celý okruh projede vlak, který se rozjíždí z klidu se stálým tečným zrychlením $a = 0,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a po dosažení rychlosti $v = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ pokračuje v jízdě rovnoměrným pohybem.



- c) Určete při průjezdu vlaku kruhovým obloukem rychlostí v jeho úhlovou rychlost v radiánech za sekundu a ve stupních za minutu.
- d) Při průjezdu vlaku kruhovým obloukem je cestující přitlačován do sedadla výslednicí $\mathbf{F}$ tíhové síly a setrvačné odstředivé síly. Určete úhlovou odchylku α výslednice $\mathbf{F}$ od svislého směru.

Řešení vyjádřete obecně i číselně.

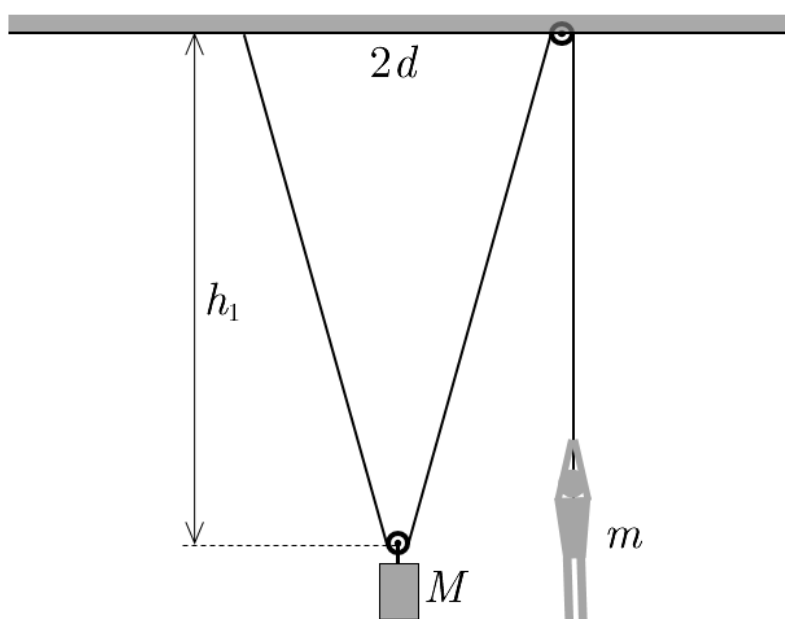
4. Břemeno na kladkách

Chlapec o hmotnosti m pomalu zvedá břemeno o hmotnosti M soustavou lana s pevnou a s volnou kladkou (viz obrázek). V počáteční poloze je břemeno na podlaze a dolní volná kladka se nachází v hloubce h_1 pod úrovní horní pevné kladky. Horní pevná kladka se nachází ve vodorovné vzdálenosti $2d$ od místa upevnění lana. Chlapec začne břemeno pomalu vytahovat nahoru tak, že pohyb břemene je rovnoměrný.

- a) Určete velikost F_1 síly, kterou chlapec působí na lano v okamžiku uvolnění břemene od podlahy.
- b) Chlapec táhne za volný konec lana, čímž vytahuje břemeno nahoru až do polohy, kdy zůstane na laně viset, aniž by se nohama dotýkal země. Určete v jaké hloubce h_2 bude volná kladka pod úrovní horní pevné kladky.
- c) Určete minimální hmotnost M' břemene, které chlapec nemůže volným tahem za konec lana z podlahy zvednout.

Rozměry a hmotnosti kladek a hmotnost lana zanedbejte.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 60$ kg, $M = 75$ kg, $h_1 = 5,0$ m, $d = 1,2$ m, $g = 9,81$ m $\cdot$ s $^{-2}$.



5. Tři vagóny

Vagón o hmotnosti $m_0 = 30$ t se pohybuje po přímých vodorovných kolejích rychlostí $v_0 = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a před sebou má soupravu dvou pevně spojených vagónů o hmotnostech $m_1 = 26$ t a $m_2 = 40$ t. Po nárazu se s vagóny automaticky spojí a souprava tří vagónů se pohybuje dále.

- Určete velikost u rychlosti soupravy tří vagónů.
- Určete velikost w rychlosti soupravy tří vagónů v případě, kdy zbývající dvojice bude rozpojená a jedoucí vagón se nejprve po nárazu automaticky spojí s vagónem o hmotnosti m_1 a poté se tato souprava po nárazu automaticky spojí se zbývajícím vagónem o hmotnosti m_2 .
- Určete v obou případech rozdíl $\Delta E_k = E_k - E'_k$ a podíl $\frac{E'_k}{E_k}$, kde E_k je počáteční kinetická energie pohybujícího se vagónu a E'_k konečná kinetická energie celé soupravy.

Řešení vyjádřete obecně i číselně.

6. Praktická úloha: Pasticčka na myši

Mechanická pastička na myši se skládá z pružinového mechanismu umístěného na dřevěné podložce. S pružinou je spojena příklopka (kovový rám ve tvaru obdélníku), kterou při napínání otočíme kolem osy pružiny přibližně o 180° . V koncové poloze ji zajistíme tuhou drátkovou pákou, kterou zaklesneme do kovového plíšku s návnadou. Při deformaci pružiny vnější síla vykonala práci, která se „uchovala“ jako potenciální energie pružnosti pružiny.

Úkoly:

- Změřte velikost vnější síly při úhlech otočení 0° , 45° , 90° , 135° , 180° .
- V programu Excel sestojte graf závislosti velikosti vnější síly na dráze měřené po trajektorii vnější strany rámečku.
- Pomocí grafu určete práci, kterou musíme vykonat k nastražení pastičky, tj. k uvedení pružiny do napnutého stavu při opsaném úhlu 180° .

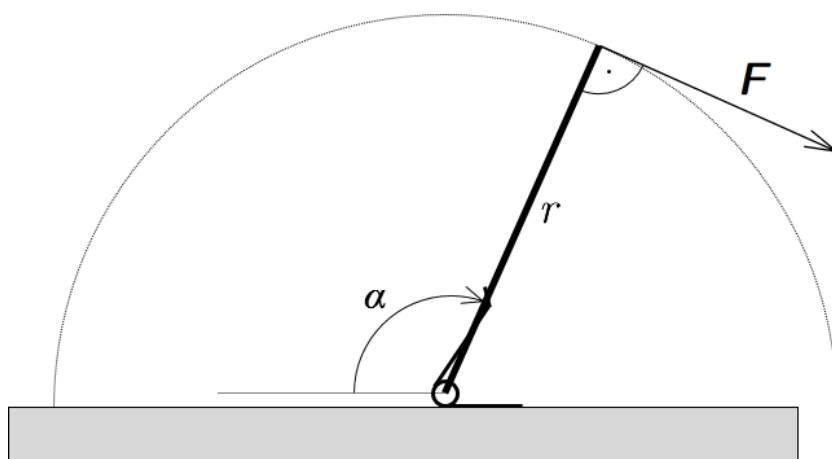
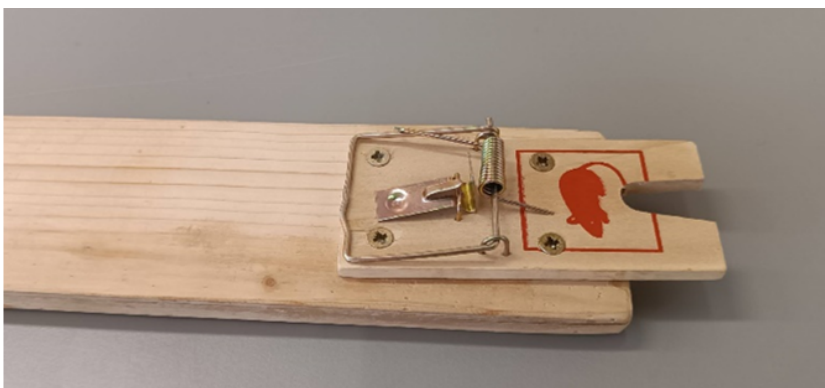
Pomůcky: Upravená pastička, siloměr s vhodným rozsahem (≈ 10 N), délkové měřidlo, rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník na rýsování.

Provedení:

- Abychom siloměrem změřili sílu potřebnou k napínání ve všech polohách, je nutné dřevěnou podložku opatřit výřezem, případně ji seříznutím zkrátit. Přitom odstraníme páku.

Z důvodu bezpečnosti i komfortu při měření je vhodné pastičku přišroubovat k prkénku, které při měření přitlačujeme rukama k desce stolu.

Siloměr zaklesneme symetricky za vnější stranu rámečku a opatrně pomalým tahem za siloměr v tečném směru k trajektorii bodu uchycení rámeček otáčíme.



V polohách s požadovanými úhly (pro nastavení 45° a 135° použijeme trojúhelník) přečteme na siloměru velikost síly a zapíšeme do tabulky. Dráhu doplníme později po výpočtu v Excelu.

$r =$					
$\frac{\alpha}{^\circ}$	0	45	90	135	180
$\frac{s}{m}$					
$\frac{F}{N}$					

- 2) Z tabulky do Listu Excelu zapíšeme do sloupce A hodnoty nastavených úhlů. Do sloupce B vložíme vzorec pro výpočet dráhy pomocí úhlu a poloměru otáčení. Do sloupce C zapíšeme změřené velikosti síly. Nyní již můžeme vypočtené dráhy ve sloupci B dodatečně přepsat do původní tabulky v zadání.

Sloupce B a C označíme a vložíme graf. Volíme graf *bodový pouze se značkami* (tj. bez jakýchkoliv spojnic), a přidáme *spojnici trendu*, typ *lineární*. Tím se zobrazí přímka, která prochází mezi zobrazenými body a nahrazuje jejich průběh ovlivněný chybami měření. Zobrazíme též rovnici spojnice trendu, tj. rovnici sestrojené přímky.

- 3) Obsah plochy pod grafem sestrojené funkce odpovídá v příslušných jednotkách práci vykonané vnější silou. Tento obsah spočteme a zformulujeme závěr.

7. Raketa v beztížném prostoru

Jednostupňová raketa bez paliva má hmotnost m_0 , palivo má také hmotnost m_0 . Výtoková rychlost plynů vzhledem k raketě je w . Určete konečnou rychlost v , kterou raketa dosáhne v beztížném prostoru z klidu po vyhoření veškerého paliva. Výsledek vyjádřete obecně jako číselný násobek rychlosti w , poté číselně pro hodnotu $w = 3,00 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohu budeme řešit zjednodušeně, místo spojitého toků plynů si představíme postupné odvrhování plynu po dávkách:

- a) Určíme konečnou rychlost v_1 rakety, jestliže veškeré plyny o hmotnosti m_0 jsou vrženy najednou rychlostí w vzhledem k raketě.
- b) Určíme konečnou rychlost v_2 rakety, jestliže se najednou odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{2}$ a poté najednou plyny o zbývající hmotnosti $\frac{m_0}{2}$, vždy rychlostí w vzhledem k raketě.
- c) Určíme konečnou rychlost v_3 rakety, jestliže se ve třech fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{3}$ vždy rychlostí w vzhledem k raketě.
- d) Určíme konečnou rychlost v_n rakety, jestliže se v n fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{n}$ vždy rychlostí w vzhledem k raketě. Tuto část vyřešíme na počítači v Excelu pro $n = 10, 100, 1000$. (V každém kroku pro $i = 1, 2, \dots, n$ vypočteme přírůstek rychlosti a všech n přírůstků sečteme.)
- e) Úlohu d) řešte pro případ pětinasobné hmotnosti paliva (m_0 hmotnost rakety bez paliva, $5m_0$ hmotnost paliva).