

Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

Není-li uvedeno jinak, uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Gumový míček

Pavel pustil gumový míček z výšky $h_0 = 2,00 \text{ m}$ a nechal ho volně padat na podlahu. Hmotnost míčku je $m = 100 \text{ g}$. Koeficient odrazivosti, tedy poměr výšky, do které míček vyskočí po odrazu, a výšky, ze které míček padal, je $k = 0,80$. Odpor vzduchu při pohybu míčku neuvažujte.

- Jakou rychlostí v_0 dopadl míček na podlahu?
- Do jaké výšky h_1 vyskočil míček po prvním odrazu?
- Jaká byla rychlost míčku v_1 po prvním odrazu?
- Napište obecně vztahy pro výšku h_x a rychlost v_x po x -tém odrazu.
- Sestavte tabulku výšek a rychlostí pro $x = 0$ (h_0 a v_0) až $x = 10$ (h_{10} a v_{10}).
- Sestrojte grafy závislosti výšky a rychlosti na $x \in \{0; 1; 2; \dots 10\}$.
- Z tabulky i grafu určete, po kterém odrazu má míček rychlost menší než $0,5v_0$ a odrazí se do výšky menší než $0,5h_0$.

2. Kalorimetrická rovnice

V kalorimetru je voda o hmotnosti $m_1 = 1,00 \text{ kg}$ a teplotě $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$, do níž se pohltila vodní pára o hmotnosti $m_2 = 0,010 \text{ kg}$ a teplotě $t_2 = 100,0^\circ\text{C}$.

- Určete výslednou teplotu t vody v kalorimetru.
- Vypočtete hmotnost vody m_3 o teplotě $t_3 = 100,0^\circ\text{C}$, kterou bychom museli přidat do kalorimetru místo páry, aby se teplota vody opět ustálila na teplotě t vypočtené v části a).
- Vypočtete hmotnost ledu m_4 o teplotě $t_4 = -10,0^\circ\text{C}$, který bychom museli přidat do vody o počáteční teplotě $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$, aby se teplota snížila o stejnou hodnotu, o jakou se v částech a) a b) zvýšila.

Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2100 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 334 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ a měrné skupenské teplo vypařování $l_v = 2260 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Tepelné ztráty a změnu teploty kalorimetru neuvažujte.

3. Děje s ideálním plynem

Ideální dvouatomový plyn má počáteční teplotu $T_1 = 600 \text{ K}$, látkové množství $n = 2,00 \text{ mol}$, objem $V_1 = 0,500 \text{ m}^3$ a tlak p_1 . Při izotermické expanzi na objem V_2 vykoná plyn práci $W = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$, při adiabatické expanzi $W = (p_2V_2 - p_1V_1)/(1 - \kappa)$, kde $\kappa = 1,4$ je Poissonova konstanta pro dvouatomový ideální plyn a $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je molární plynová konstanta.

- Vypočtete počáteční tlak p_1 .

- b) Určete práci, vykonanou při izotermickém ději, jestliže se objem plynu zdvojnásobí.
- c) Stejný plyn projde izobarickou expanzí, při které se vykoná stejně velká práce jako v úloze b). Určete objem V_2 a teplotu T_2 v konečném stavu.
- d) Plyn projde adiabatickou expanzí, při které se vykoná stejně velká práce jako v úloze b). Určete tlak p_2 , objem V_2 a teplotu T_2 v konečném stavu.

4. Tíhové a gravitační zrychlení

Hmotnost Země je $M_Z = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, Newtonova gravitační konstanta $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. Zemi považujeme za kouli o poloměru $R_Z = 6\,378 \text{ km}$.

- a) Určete gravitační zrychlení a_g na rovníku Země.
- b) Vypočtete velikost gravitačního zrychlení a_{g1} na vrcholku hory Kenya, která leží na rovníku a jejíž výška je $h_1 = 5\,200 \text{ m}$.
- c) V jaké výšce h_2 nad povrchem Země je gravitační zrychlení a_{g2} o 10% menší než na povrchu Země?
- d) Doba rotace Země kolem vlastní osy je $T = 86\,164 \text{ s}$. Jaké je tíhové zrychlení g na rovníku a v místě, jehož zeměpisná šířka je $\varphi = 60^\circ$?

5. Měděná tyč

Měděná tyč má při teplotě t_1 délku l_1 .

- a) Určete konečnou teplotu tyče t_2 , prodlouží-li se při zahřátí o $\varepsilon = 0,010\%$.
- b) Určete změnu vnitřní energie tyče ΔU .
- c) Jaké normálové napětí σ_n by vzniklo v tyči, kdybychom ji tlakem deformovali na původní délku l_1 ?
- d) Tyč celou ponoříme do dlouhé úzké nádoby s vodou o objemu V a teplotě t_3 . Určete výslednou teplotu t soustavy voda – tyč. Změnu teploty nádoby zanedbejte.

Úlohu řešte nejprve obecně, poté pro následující hodnoty: délka tyče $l_1 = 2,000 \text{ m}$, průřez tyče $S = 1,0 \text{ cm}^2$, počáteční teplota tyče $t_1 = 20^\circ\text{C}$, hustota mědi $\rho_{\text{Cu}} = 8\,900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, teplotní součinitel délkové roztažnosti mědi $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita mědi $c_{\text{Cu}} = 380 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, modul pružnosti v tahu/tlaku mědi $E = 120 \text{ GPa}$, objem vody $V = 1,25 \text{ dm}^3$, teplota vody $t_3 = 8,8^\circ\text{C}$, hustota vody $\rho_v = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, měrná tepelná kapacita vody $c_v = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. V teplotním intervalu, ve kterém probíhá děj, považujte hustoty, měrné tepelné kapacity a teplotní součinitel délkové roztažnosti za konstantní.

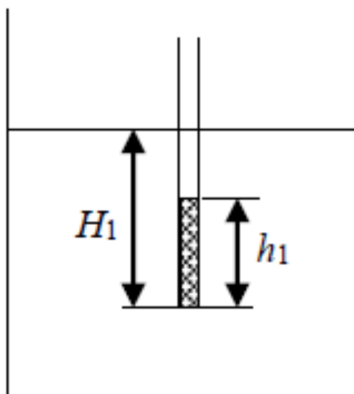
6. Praktická úloha: Zkumavka

Úkol: Vložíme-li do velké nádoby s vodou prázdnou zkumavku, převrátí se na bok. Aby zůstala plavat ve svislé poloze, je třeba do ní nalít trochu kapaliny.

Při nalévání kapaliny se mění ponor zkumavky. Realizujte metodu na určení hmotnosti m zkumavky a hustoty ϱ dolévané kapaliny.

Pomůcky: Velká nádoba s vodou, tenkostěnná zkumavka, proužek milimetrového papíru, měřená kapalina (např. roztok soli ve vodě).

Postup: Zkumavku vložíme do nádoby a nalijeme do ní tolik kapaliny, aby plavala ve svislém směru. Pomocí milimetrového papíru přiloženého ke zkumavce změříme hodnoty veličin h_1 a H_1 podle Obr. 1.



Obr. 1

Následně do zkumavky přilejeme vodu a změříme hodnoty h_2 a H_2 .

Podle Archimédova zákona je hmotnost zkumavky s kapalinou rovna hmotnosti vody vytlačené ponořenou částí zkumavky. V prvním případě dostaneme rovnici

$$m + \varrho h_1 S = \varrho_v H_1 S$$

a v druhém případě

$$m + \varrho h_2 S = \varrho_v H_2 S,$$

kde $\varrho_v = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ je hustota vody a $S = \frac{\pi d^2}{4}$ obsah průřezu zkumavky, přičemž d je průměr zkumavky. Rozdíl vnitřního a vnějšího průměru zkumavky neuvažujeme. Odečtením obou rovnic a následnou úpravou získáme vztah pro výpočet hustoty ϱ neznámé kapaliny:

$$\varrho = \varrho_v \frac{H_2 - H_1}{h_2 - h_1}.$$

Vložením získaného vztahu pro hustotu ϱ kapaliny do první rovnice a úpravou získáme:

$$m = \varrho_v S \left(H_1 - h_1 \frac{H_2 - H_1}{h_2 - h_1} \right) = \varrho_v \frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{H_1 h_2 - H_2 h_1}{h_2 - h_1} \right).$$

Změřte příslušné veličiny pro tři různé kapaliny (např. roztoky soli s různou koncentrací) a výsledky zapište do tabulky.

Vypočítejte hodnoty m a ρ pro každé měření.

7. Koule v mořské vodě

Tenkostěnná železná koule má vnější poloměr R a plave v mořské vodě.

- Určete tloušťku plechu x , je-li koule ponořena v mořské vodě právě polovinou svého objemu.
- Určete tloušťku plechu x_1 , aby se koule v mořské vodě vznášela.
- Koule o stejném poloměru bude nyní celá ze železa a zavěšena na ocelovém laně. Jaká tahová síla T bude působit na lano, bude-li koule ponořena v mořské vodě opět právě polovinou svého objemu?
- Určete nejmenší poloměr r ocelového lana, který drží kouli z úlohy c), je-li mez pevnosti oceli σ_p .

Úlohu řešte nejprve obecně, poté pro následující hodnoty: hustota železa $\rho_{\text{Fe}} = 7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota mořské vody $\rho_v = 1030 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, poloměr koule $R = 40,0 \text{ cm}$, mez pevnosti oceli $\sigma_p = 600 \text{ MPa}$, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.